



102-1

音響振動	テクニカルノート
------	----------

音響・振動のFFT解析

リオン株式会社

目次

I.	はじめに.....	1
II.	FFT による信号解析.....	2
1.	なぜ FFT を使うのか.....	2
2.	フーリエ級数展開とフーリエ変換.....	3
3.	離散フーリエ変換 (DFT) と高速フーリエ変換 (FFT).....	5
4.	スペクトル.....	6
5.	FFT 分析器による諸関数の関係.....	7
III.	FFT 分析器の動作.....	8
1.	FFT 分析処理の流れ.....	8
2.	アナログ増幅.....	9
3.	A/D 変換.....	10
3.1	サンプリング.....	10
3.2	ナイキスト周波数とエイリアシング.....	11
3.3	フレーム時間と分析点数.....	13
3.4	周波数分解能と時間分解能.....	15
4.	フレーム切り出しと窓関数.....	17
4.1	窓関数の役割.....	17
4.2	さまざまな窓関数.....	20
4.3	窓関数による違い.....	21
IV.	FFT 分析器の機能.....	23
1.	演算.....	23
1.1	瞬時値.....	23
1.2	平均値.....	23
1.3	最大値.....	25
1.4	パワースペクトル密度 (PSD).....	26
1.5	2チャンネル演算.....	27
2.	トリガ.....	29
3.	オーバーラップ.....	30
4.	FFT 分析結果の表示.....	31
4.1	横軸 (周波数軸) の表示.....	31
4.2	縦軸 (スペクトル) の表示.....	31
4.3	リスト.....	33
4.4	パワー合計.....	33
4.5	重ね描き.....	34
4.6	スペクトログラム.....	34

5. 振動量.....	35
V. 音響・振動の FFT 分析事例.....	36
1. 楽器の音色分析.....	36
2. 鉄板の固有振動数の測定.....	37
3. 材木のヤング率の算出.....	38
4. 機械設備の精密診断.....	40
4.1 転がり軸受の診断.....	41
4.2 アンバランスの診断.....	42
4.3 ミスアライメントの診断.....	43
4.4 歯車の異常の診断.....	44
5. コヒーレンス関数によるスピーカ音の分析.....	45
VI. 参考文献.....	46

I. はじめに

信号解析は、信号をさまざまな形に変換して分析することにより、もとの信号が持つ性質や成分を調べることである。音響・振動の信号を解析すると、騒音や振動の問題を解決するのに役立つ。

信号解析を行う領域にはさまざまなものがあるが、主なものは時間領域と周波数領域である。時間領域は、信号自身や伝搬の時間軸上の性質を対象とし、信号の発生源の位置や信号の周期性を知るのに有効である。また周波数領域は、信号に含まれる周波数成分を対象とし、音響・振動の信号の発生メカニズムや、発生源から測定点までの伝搬の性質を知るのに有効である。

本書では主に、周波数領域の信号解析手法のひとつである **FFT (Fast Fourier Transform : 高速フーリエ変換)** による信号解析の原理、および **FFT 分析器**¹⁾ について解説する。なお、「IV. **FFT 分析器の機能**」では、当社の **FFT 分析器** が備える機能を中心に解説している。

FFT の基礎理論であるフーリエ解析やデジタル信号処理については多くの入門書・解説書がある。「VI. 参考文献」にも一部を掲載しているので、厳密な導出や数学的な議論はそれらを参照されたい。本書では、業務等で **FFT 分析器** を使用する読者向けに、**FFT** の定性的な原理や、実際の **FFT 分析器** の動作、設定項目の内容を説明している。**FFT 分析器** の設定項目の選択や、分析結果を考察する際の一助となれば幸いである。

1) 本書では、**FFT 分析ハードウェア**、**FFT 分析ソフトウェア**を総称して「**FFT 分析器**」と呼ぶ。

II. FFTによる信号解析

本章では、FFTによる信号解析の特徴を解説する。

フーリエ解析やフーリエ変換については入門書、教科書などで学ぶことができる。またFFTは、アナログ信号の周波数解析をデジタル演算で実現するものであるため、デジタル信号処理の入門書、教科書の中で取り扱われることが多い。

1. なぜFFTを使うのか

FFTは、フーリエ変換を利用した周波数領域の信号解析手法である。これは「任意の信号は、さまざまな周波数の波（正弦波）の和で表すことができる」という性質に基づいている。このとき、それぞれの正弦波は振幅、周波数（またはその逆数である周期）、位相の情報を持っている。信号をFFTで分析すると、それら周波数成分の情報がわかる。ここから信号源の性質や伝達経路についての情報を得ることができ、さまざまな問題を解決するのに役立つ。たとえば、音響分野では音声の分析や騒音の伝搬特性、振動分野ではエンジンやモータなどの回転機械の診断などに応用されている。

👉 FFTは、信号から周波数成分の情報を得るために使用する

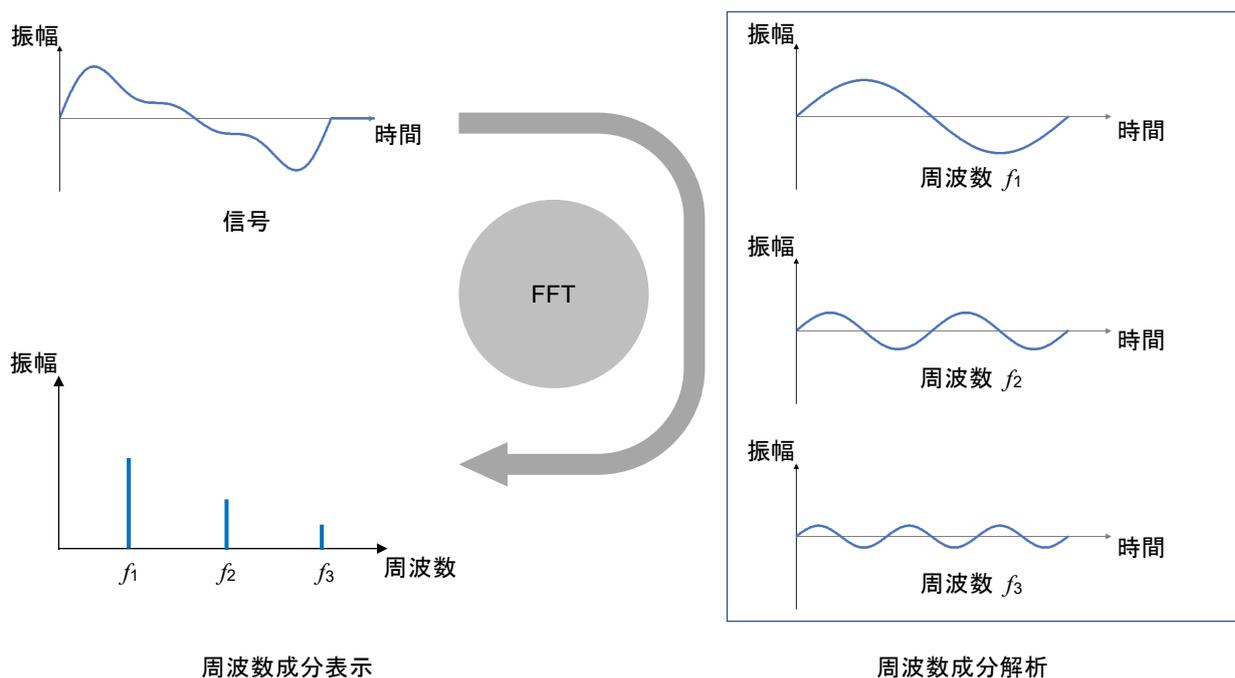


図 II-1 FFT分析の原理

2. フーリエ級数展開とフーリエ変換

フーリエ変換は、時間軸上の信号を周波数成分に変換する手法である。これは、周期的な信号に適用されるフーリエ級数展開を、一般の非周期的な信号にまで拡張したものである。そこでまず、フーリエ級数展開について述べる。

フーリエ級数展開は、フーリエ (J.B.J. Fourier, 1768-1830) が提唱した数学的な手法で、「任意の連続周期信号は、正弦波の無限級数 (無限の和) で表すことができる」というものである。この無限級数は、ある基本的な周波数の整数倍の周波数成分の無限和である。すなわち周期的な連続信号であれば、どのような信号でも離散的な周波数成分に分解できることを意味している。

👉 周期的な連続信号は、離散的な周波数成分に分解できる：フーリエ級数展開

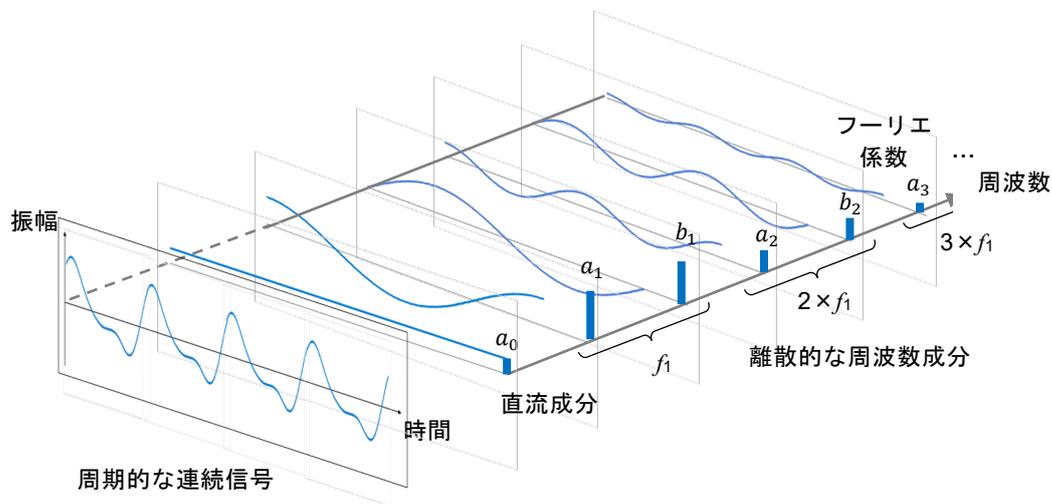


図 II-2 フーリエ級数展開

参考：涌井良幸・涌井貞美「道具としてのフーリエ解析」日本実業出版社, 2014

フーリエ変換は、このフーリエ級数展開を非周期的な信号にまで拡張したもので、フーリエ級数展開する信号の周期を無限大にすることで得られる。この過程で、離散的だった周波数成分の間隔が無限に小さくなり、結果的に連続となる。すなわち、非周期的な信号は、フーリエ変換により周波数軸上では連続関数として表現される。

周期的な信号はフーリエ級数展開によって離散的な周波数成分で表すことができ、非周期的な信号はフーリエ変換によって連続な周波数成分で表すことができるのである。

👉 非周期的な連続信号は、連続な周波数成分で表される：フーリエ変換

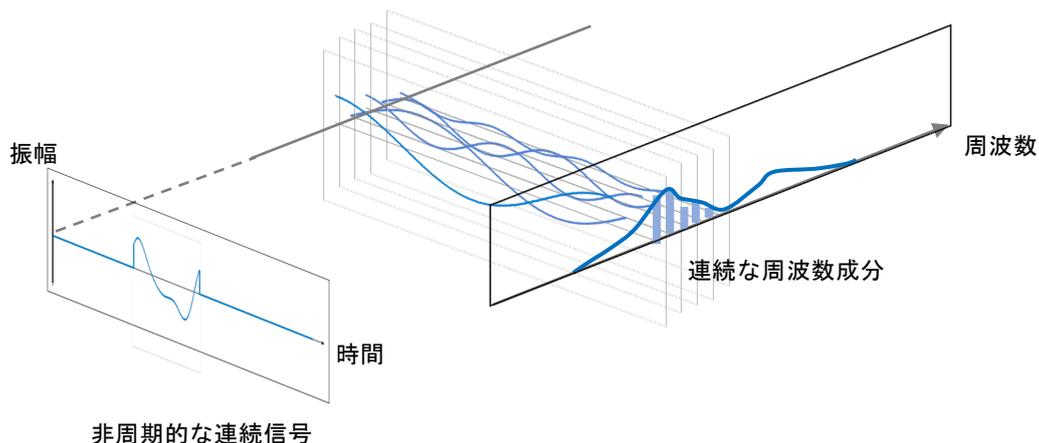


図 II-3 フーリエ変換

参考：涌井良幸・涌井貞美「道具としてのフーリエ解析」日本実業出版社, 2014

信号の周期性とフーリエ変換の関係のイメージを次の図に示す。

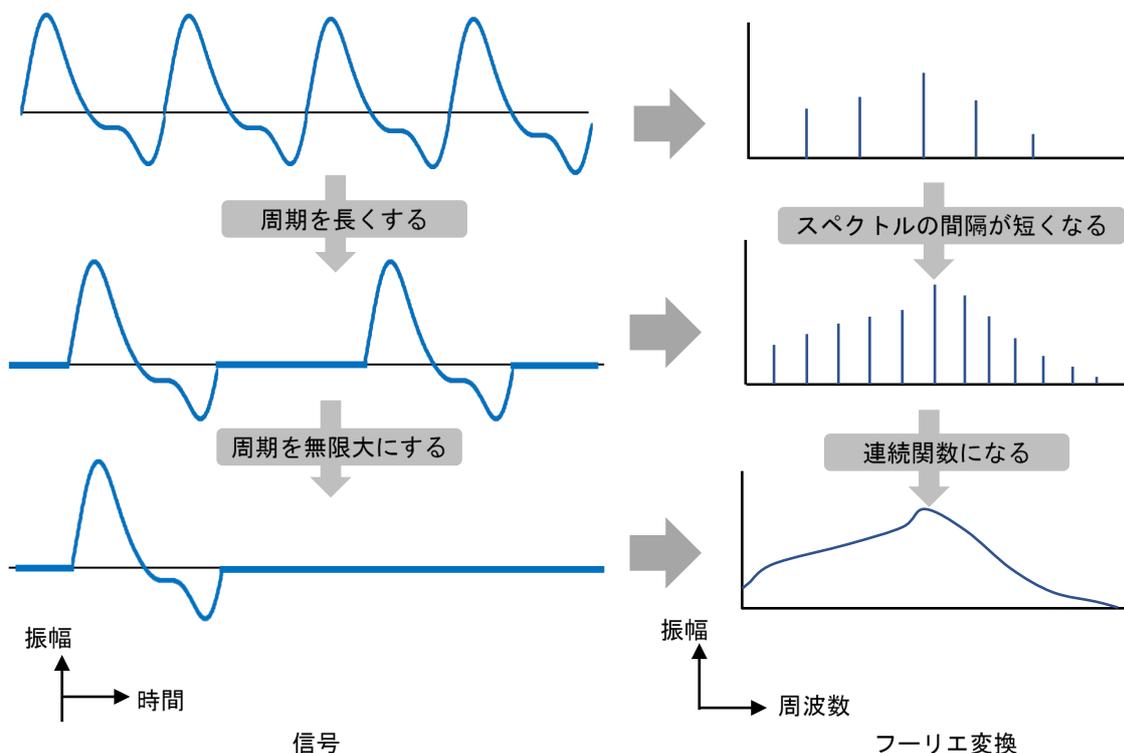


図 II-4 信号の周期性とフーリエ変換のイメージ

ここまでは、信号を連続信号（アナログ信号）として考えた場合の理論的な話であった。しかし実際の FFT 分析器内部では、時間軸上の信号は連続信号ではなく、離散信号（デジタル信号）として扱われる²⁾。このような場合にフーリエ変換がどのように行われるのかを次項で扱う。

2) 時間軸上でのデジタル化をサンプリング（標本化）、振幅軸上でのデジタル化を量子化という。FFT の原理ではサンプリングが重要で、量子化については特に触れない。

3. 離散フーリエ変換 (DFT) と高速フーリエ変換 (FFT)

時間軸上のアナログ信号を一定の周期でサンプリングして（すなわち A/D 変換して）デジタル信号とすると、その周期をサンプリング周期、サンプリング周期の逆数をサンプリング周波数という。デジタル信号から周波数情報を得るためのフーリエ変換を離散フーリエ変換 (DFT) という。適切なサンプリング周期でサンプリングされたデジタル信号（「III. 3.1 サンプリング」参照）から DFT により求められた周波数情報は、元のアナログ信号の周波数情報を表している。

☞ サンプリングしたデジタル信号から、元のアナログ信号の周波数情報を求める：DFT

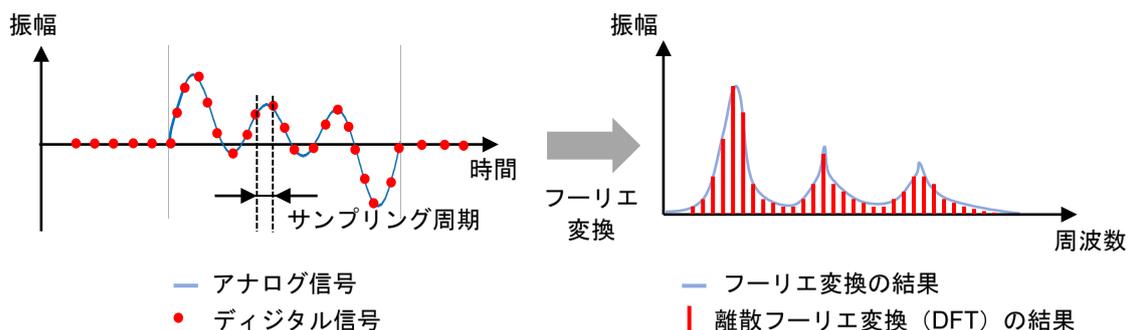


図 II-5 離散フーリエ変換

当然のことだが、サンプリング周期が短いほど、サンプリングしたデジタル信号は元の信号に近づく。サンプリング周期をどこまで短くするかは、元の信号のどの周波数までの情報を得たいかで決める。高い周波数の情報を得るには、サンプリング周期が十分短くなければならない。また、低い周波数の情報を得るには、その周波数の 1 周期分（波長）が含まれるように、観測する時間が十分長くなければならない³⁾。

- ☞ 高い周波数の情報を得るには、サンプリング周期を十分短く（分析周波数を高く）する必要がある。
- ☞ 低い周波数の情報を得るには、観測時間を十分長く（分析周波数を低く）する必要がある。

このとき、サンプリング周期が短いほど、また観測時間が長いほど分析に必要なサンプルの数は多くなるので、DFT の演算量が多くなる。サンプルの数を M とすると、DFT の演算量は M^2 である。

ここで M を 1024、2048 などの 2 のべき乗にとって、ある手法で演算を行うと、演算量を大幅に減らすことができる⁴⁾。この画期的な演算方法が高速フーリエ変換 (FFT) である。サンプル数 M のときの FFT の演算量は $(M/2) \cdot \log_2 M$ である。

3) 実際の FFT 分析器では、サンプリング周期を短くするには分析周波数を高くする。また観測時間を長くするには、分析周波数を低く、あるいは分析点数を大きくする。「III. 3.3 フレーム時間と分析点数」を参照のこと。
4) この演算手法を図で表すと蝶のような形になるため、バタフライ演算という。

II. FFT による信号解析

これにより、 M が大きくなるほど FFT による演算量削減効果大きい。たとえば $M = 16$ のとき、DFT、FFT の演算量はそれぞれ $16^2 = 256$ 、 $(16 / 2) \times \log_2 16 = 32$ で、FFT の演算量は DFT の 8 分の 1 である。しかし $M = 1024$ になると、それぞれ $1024^2 = 1,048,576$ 、 $(1024 / 2) \times \log_2 1024 = 5,120$ となり、FFT の演算量は DFT の約 200 分の 1 となる。DFT では 200 秒かかる演算が、FFT ではわずか 1 秒で終わるのである。

☞ データ数を 2 のべき乗にすると、DFT の演算量を大幅に削減できる : FFT

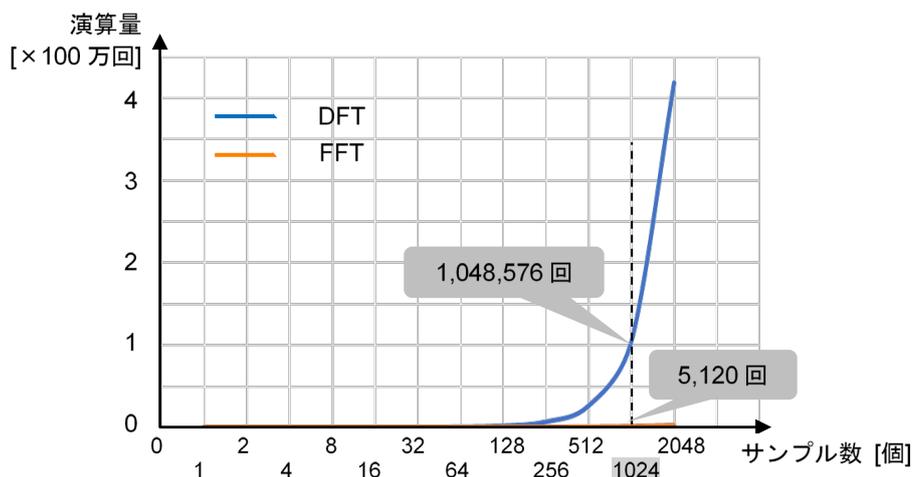


図 II-6 DFT と FFT の演算量の比較

4. スペクトル

フーリエ変換によって求められる情報は、元の信号に含まれる周波数とその振幅、位相である。周波数とそれぞれの物理量との関係を示した分布をスペクトルという。周波数に対する振幅の分布は振幅スペクトル、周波数に対する位相の分布は位相スペクトルである。

振幅を 2 乗したものはパワーを表しており、このスペクトルをパワースペクトルという。パワースペクトルは一般に、取りうる値の範囲が大きくなるため、対象の物理量に応じた基準値を用いて、対数尺度であるレベル⁵⁾で表示することが多い。

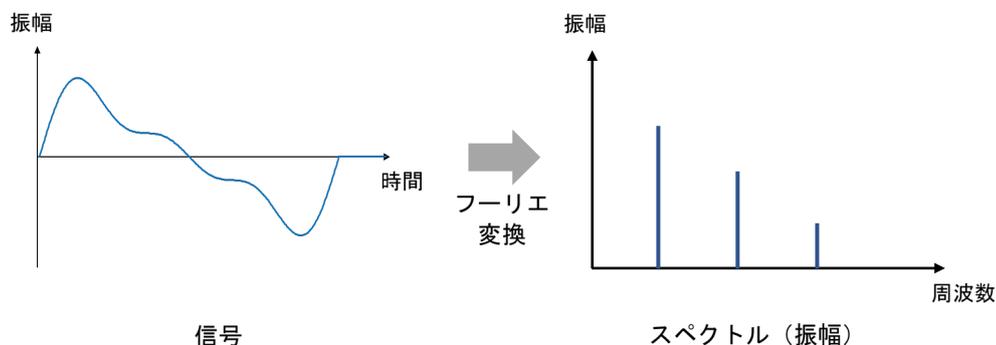


図 II-7 スペクトル

5) ある物理量と基準値との比の常用対数を 10 倍したもので、単位はデシベル(dB)。音の場合、音圧を p 、音圧の基準値を p_0 とすると、音圧レベルは $10 \log_{10}(p^2/p_0^2)$ (dB) で表される。ここで、 p^2 は音圧のパワーである。IV.4.2 (2) (b) 「レベル表示」も参照。

5. FFT 分析器による諸関数の関係

ここまで、FFT による信号解析の概要を解説してきた。一方、フーリエ変換とは反対に、周波数領域から時間領域への変換をフーリエ逆変換という。

フーリエ変換とフーリエ逆変換を使うと、時間領域と周波数領域とを相互に変換でき、信号の性質を知るためのさまざまな関数を導くことができる。これらの関数には、信号から導かれる振幅確率密度関数 6) や自己相関関数 7)、二つのチャンネルの信号から導かれる相互相関関数 8) などがある。さらに、相互相関関数をフーリエ変換することでクロススペクトル 9) が、またクロススペクトルとすでに述べたパワースペクトルからチャンネル間の伝達関数 10) が導かれる。その他、伝達関数をフーリエ逆変換することでインパルス応答 11) が、パワースペクトルとクロススペクトルからコヒーレンス関数 12) が導かれる。

これら諸関数の演算や関係を以下の図に示す。なお、すべての FFT 分析器がこれらの演算すべてを含んでいるわけではない。

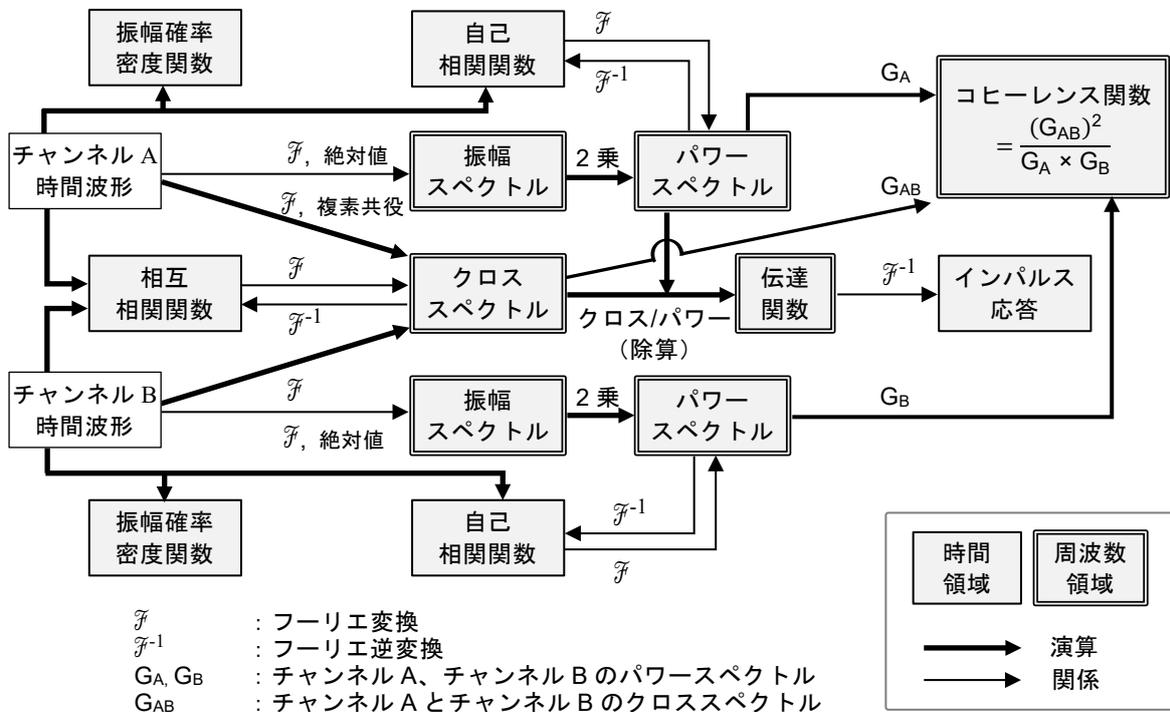


図 II-8 FFT 分析器による諸関数の関係

- 6) 規準化された振幅の出現確率の分布を示す関数。
- 7) 信号自身を時間方向にシフトしたときのシフト時間と一致性の関数。
- 8) 二つの信号を互いに時間方向にシフトしたときのシフト時間と一致性の関数。
- 9) 相互相関関数をフーリエ変換したもので、二つの信号の相関の周波数特性。
- 10) 二つの信号の一方を入力信号、他方を応答信号としたときの、入力対応答の周波数特性 (IV 「1.5 2チャンネル演算」参照)。
- 11) インパルス信号を入力したときの応答信号。
- 12) 二つの信号の因果関係を相関値 0~1 で表した周波数特性 (IV 「1.5 2チャンネル演算」参照)。

III. FFT 分析器の動作

本章では、前章で述べた原理に基づいて FFT 分析器が実際にどのように動作しているか、その工学的な仕組みについて述べる。

1. FFT 分析処理の流れ

FFT 分析器は、一般に次のような処理の流れで動作する。

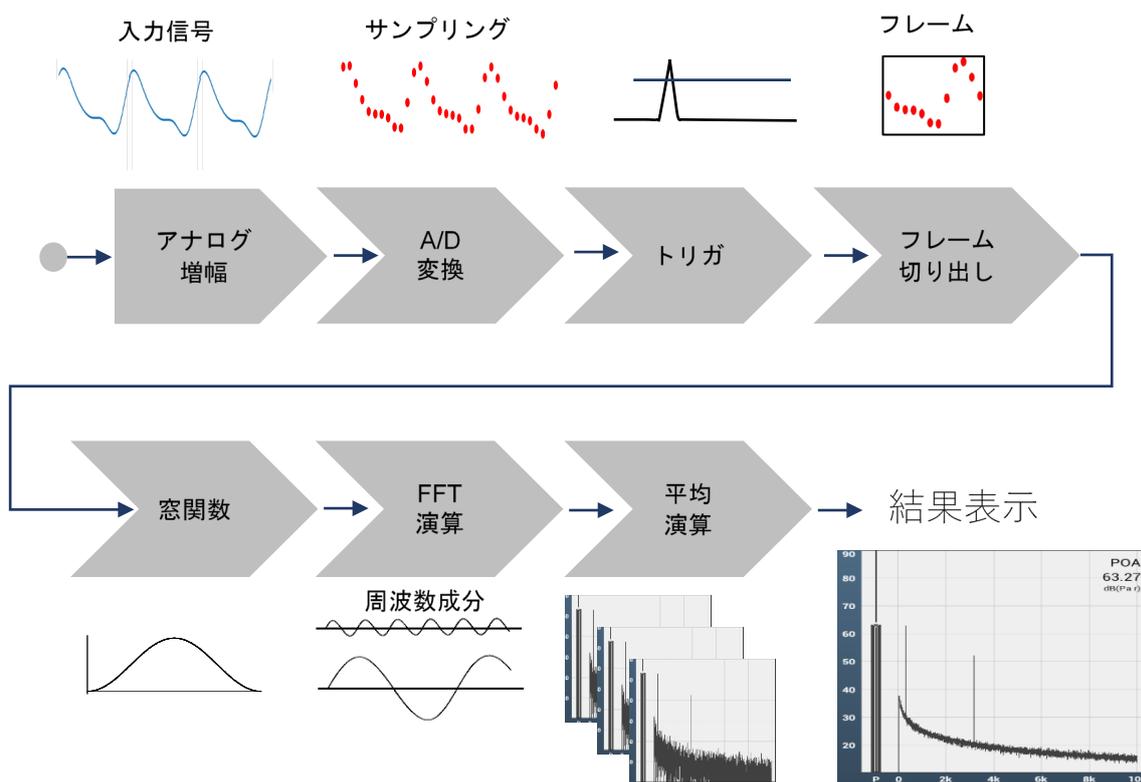


図 III-1 FFT 分析処理の主な流れ

本章では、FFT 分析の動作の基本であるアナログ増幅、A/D 変換、フレーム切り出し、窓関数、FFT 演算について解説し、FFT 分析器ごとの機能に依存するトリガ、平均演算、結果表示は次章で解説する。

2. アナログ増幅

A/D 変換器への入力信号が過大な場合、波形が歪むため正しい分析ができない（オーバーロード）。また入力信号が過小な場合、A/D 変換器のダイナミックレンジを有効活用できず、演算誤差が大きくなったり、信号が電氣的なノイズに埋もれて SN 比が低下したりする（アンダーレンジ）。このため、FFT に入力される信号の大きさに応じて、アナログ増幅で A/D 変換器への入力信号の大きさを適切に調整する必要がある。この増幅は入力レンジの設定で行う。

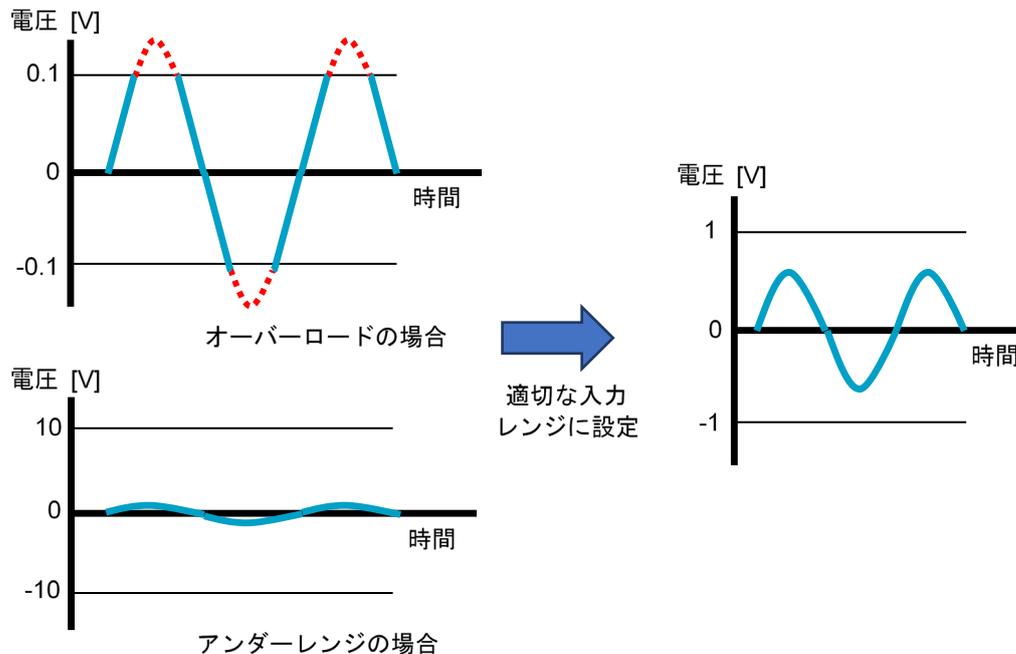


図 III-2 入力レンジ

FFT 分析器の入力レンジは、オーバーロードにならずに入力可能な電圧の上限値を一定ステップで選択できるのが一般的で、電圧（ピーク値）で設定するか、または 1 V（実効値）を基準とする電圧レベル（dB）で設定する。電圧レベルは次式で計算できる。

$$\begin{aligned} \text{電圧レベル} &= 10 \log ((\text{電圧 [V]})^2 / (1 \text{ [V]})^2) \text{ (dB)} \\ &= 20 \log (\text{電圧 [V]} / 1 \text{ [V]}) \text{ (dB)} \end{aligned}$$

入力レンジを電圧レベルで設定する場合の設定値の例とそのときの入力可能な電圧（実効値）の上限値を次表に示す。

表 III-1 入力レンジと対応する入力電圧上限値

入力レンジ [dB]	入力電圧上限値（実効値） [V]
+20	10
0	1
-20	0.1
-40	0.01

3. A/D 変換

3.1 サンプリング

実世界の連続信号（アナログ信号）を、FFT 分析器で扱えるデジタル信号に変換する処理が A/D（アナログ→デジタル）変換である。

A/D 変換は、信号を時間 Δt の等間隔でサンプリングし、デジタル信号とする¹³⁾。この Δt をサンプリング周期、 Δt の逆数をサンプリング周波数 f_s という。測定する信号の全体の時間長（測定時間）を T とすれば、その T の中を一定の時間区間（フレーム） T_s ごとに分析を繰り返すことになる。この T_s を時間窓長、またはフレーム時間という。また、 T を T_s で割った分析繰り返し数 N をフレーム数という。これらのサンプリングのパラメータを次の図に示す。(a) は 1 フレームの信号、(b) は測定時間全体の信号の図である。

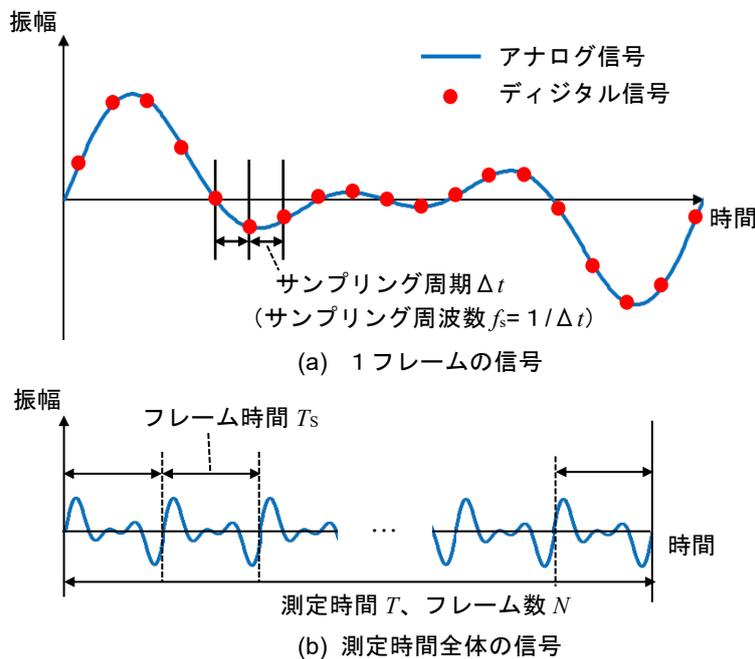


図 III-3 サンプリングのパラメータ

サンプリング周波数 f_s を小さく (Δt を大きく) しすぎると、デジタル信号が元のアナログ信号を正しく表すことができない。 f_s を大きく (Δt を小さく) するほど元の信号に近づくが、データ量が増えてしまう。ではどのくらいの細かさでサンプリングすれば良いのだろうか。

A/D 変換では、信号に含まれる周波数がある値以下のとき、その 2 倍以上の周波数でサンプリングすれば、元の信号の周波数情報を正しく得ることができる。これをサンプリング定理という。たとえば上限周波数が 100 Hz である信号は、 $f_s \geq 200$ Hz でサンプリングすればよい。

☞ A/D 変換では、信号に含まれる最大周波数の 2 倍以上の周波数でサンプリングすれば、元の信号の周波数情報を正しく得られる：サンプリング定理

13) 実際には、A/D 変換は時間軸上の離散化（サンプリング）と振幅軸上の離散化（量子化）を伴うが、本書では量子化については触れない。

3.2 ナイキスト周波数とエイリアシング

サンプリング周波数 f_s の 1/2 をナイキスト周波数 f_N という。 $f_s = 200 \text{ Hz}$ のとき、 $f_N = 100 \text{ Hz}$ である。このように特別な名前がついているのは、元の信号に f_N を超える周波数成分が含まれていると、その超えた成分が帯域外の周波数成分が帯域内に折り返ってきて、FFT 分析結果に影響してしまうためである¹⁴⁾。この影響をエイリアシング（周波数折り返し）という¹⁵⁾。エイリアシングは、サンプリングが粗すぎて元の信号を一意に再現できず、 f_N をはさんで対称な位置に見かけの周波数成分が出る現象である。

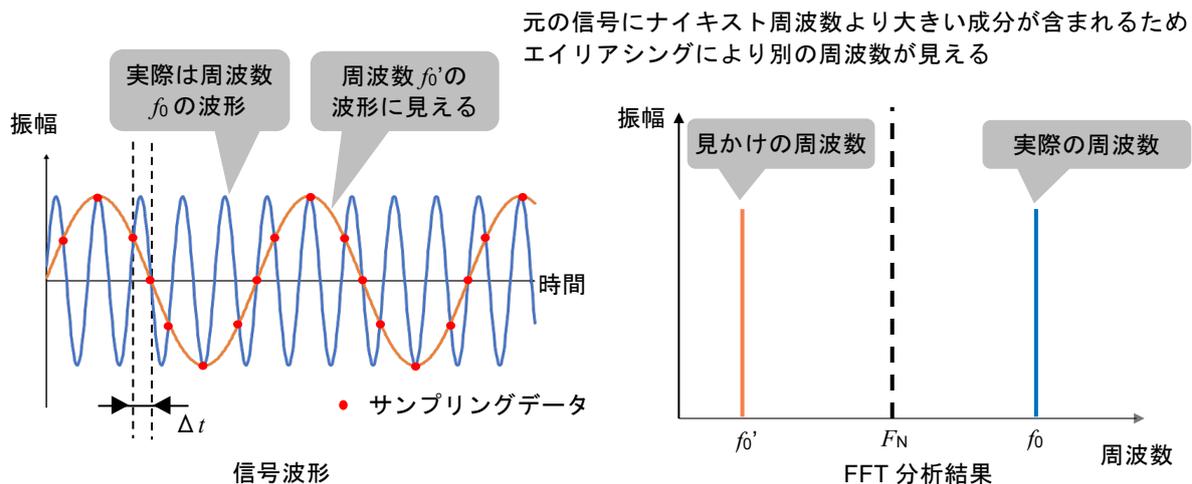


図 III-4 ナイキスト周波数とエイリアシング

エイリアシングを避けて適切な FFT 分析結果を得るためには、分析する信号に含まれる上限周波数がナイキスト周波数 f_N 以下でなければならない。そのため、元の信号にフィルタをかけて、 f_N より大きな周波数成分を遮断してから分析する。このフィルタをアンチエイリアシングフィルタという。

分析しようとする周波数範囲を周波数レンジと呼ぶ。このときのサンプリング周波数 f_s は、理論的には f_N の 2 倍でよい。しかし実際には、アンチエイリアシングフィルタはローパスフィルタであるため、その遷移域（信号を通過させる周波数帯域 [通過域] と遮断する周波数帯域 [減衰域] との間の周波数帯域）を考慮する必要がある。減衰域が周波数レンジにかからないよう、 f_N を周波数レンジより大きくとりたいので、 f_s は周波数レンジの 2 倍より大きくするのである。一般には上限周波数の 2.56 倍でサンプリングすることが多い¹⁶⁾。

☞ FFT 分析器は、周波数レンジに応じて、サンプリング定理を満たすようにアンチエイリアシングフィルタをかけてサンプリングを行う。

14) 「ナイキスト周波数」の名称は、1928 年にサンプリング定理を予想した物理学者ハリー・ナイキスト (1889-1976) にちなむ。

15) 日常生活でのエイリアシングの例：蛍光灯の下で扇風機の羽根の回転を見ると、ゆっくり回転したり、逆回転したりしているように見えることがある。これは羽根の回転数が、交流周波数（東日本 50 Hz、西日本 60 Hz。サンプリング周波数に相当）によるナイキスト周波数（25 Hz や 30 Hz）を超えているために起きる現象である。

16) 2.4 倍などとする場合もあるが、2.56 倍とすると、FFT 分析後の周波数幅が切りの良い数値となるのが利点である。なお、通常アンチエイリアシングフィルタは FFT 分析器に組み込まれているので、使用上は特に気にする必要はない。

III. FFT 分析器の動作

分析の際、未知の信号で適当な周波数レンジが不明な場合は、次の図のように、まず高い周波数レンジで分析して結果の様子を把握してから、周波数レンジを低くしていくとよい。

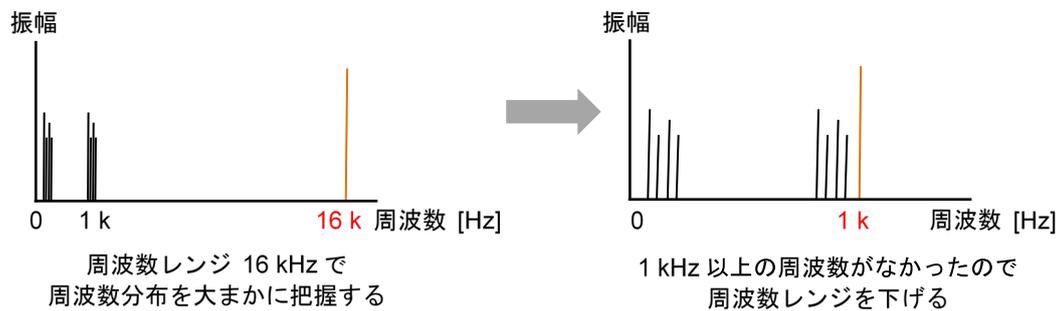


図 III-5 周波数レンジ

3.3 フレーム時間と分析点数

1 回の FFT 分析の演算に用いる時間区間（フレーム） T_S （単位 s）をフレーム時間という。FFT 分析では、1 フレーム内の分析点数（フレームサイズ） M は 1024、2048 などの 2 のべき乗をとる。フレーム時間は、A/D 変換されたデジタル信号を分析点数 M 点分のデータを取り込むのに要する時間である。 T_S (s) と M 、サンプリング周期 Δt (s) との関係は

$$T_S = M \times \Delta t \text{ (s)}$$

となる。またサンプリング周波数 f_s (Hz) は Δt の逆数なので

$$T_S = M / f_s \text{ (s)}$$

とも表現できる。 f_s を周波数レンジの 2.56 倍とすれば、周波数レンジ 1000 Hz、分析点数 1024 点のときのフレーム時間 T_S (s) は

$$T_S = 1024 / (1000 \times 2.56) = 0.4 \text{ (s)}$$

となる。これは、0.4 秒ごとに FFT 分析結果が得られることを示している¹⁷⁾。

サンプリング周波数 f_s (Hz) を分析点数 M で割ったもの（1 点あたりの周波数幅）が周波数分解能 Δf (Hz) である。

$$\Delta f = f_s / M \text{ (Hz)}$$

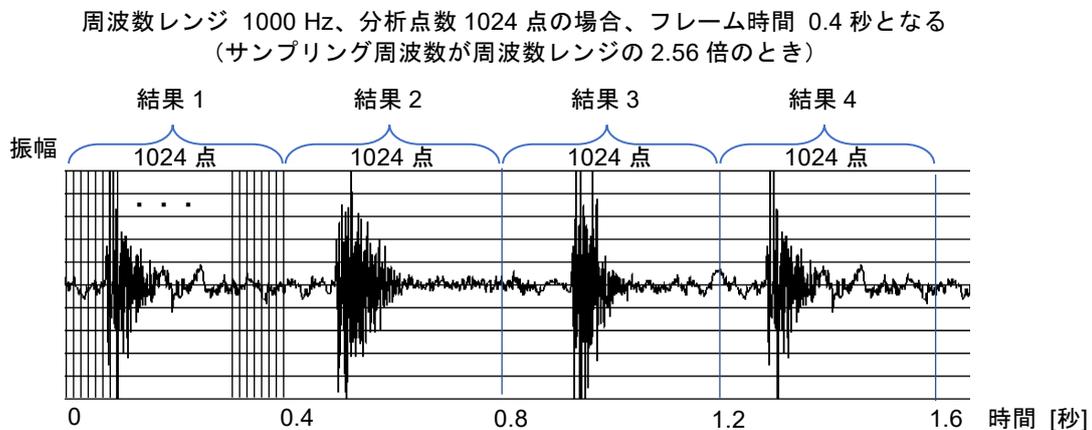


図 III-6 分析点数とフレーム時間

17) この例はオーバーラップ（「IV. 3. オーバーラップ」参照）がない場合である。

III. FFT 分析器の動作

これまでに出てきた諸量の関係と、当社の FFT 分析器での例を以下の表に示す。

表 III-2 サンプルングに関する諸量

量	量記号	諸関係	当社の分析器の例 ¹⁸⁾
周波数レンジ (周波数スパン)	f_M		20,000 Hz
サンプルング周波数	f_s	$f_s = 1 / \Delta t$ $f_s = 2 \times f_N$	$f_s / f_M = 2.56$ より $2.56 \times f_M = 51,200$ Hz
ナイキスト周波数	f_N	$f_N = f_s / 2$	$f_s / 2 = 25,600$ Hz
分析点数 (フレームサイズ)	M	$M = T_s / \Delta t$	1,024
ライン数	L_M	$L_M = M / (f_s / f_M)$ $= f_M / \Delta f$	$f_s / f_M = 2.56$ より $1,024 / 2.56 = 400$
周波数分解能	Δf	$\Delta f = f_s / M$ $= f_M / L_M$ $= 1 / T_s$	$51,200 / 1,024 = 50$ Hz
サンプルング周期	Δt	$\Delta t = 1 / f_s$	$1 / f_s \cong 1.95 \times 10^{-5}$ s
フレーム時間 (時間窓長、時間分解能)	T_s	$T_s = M \times \Delta t$	$1,024 \times (1.95 \times 10^{-5})$ $= 0.02$ s
フレーム数 (平均回数)	N		100
測定時間	T	$T = T_s \times N$	$0.02 \times 100 = 2$ s

18) 周波数レンジ 20,000 Hz、分析点数 1,024、平均回数 100、周波数レンジに対するサンプルング周波数の比 2.56 の場合

3.4 周波数分解能と時間分解能

前項で使用した分析点数 M から、FFT 分析の結果として得られる周波数スペクトルの本数が決まる。これをスペクトルライン数、または単にライン数という。すなわち、分析点数は信号のデータの数で、ライン数はスペクトル上の周波数の数である。FFT 分析器によって、分析点数とライン数のどちらを設定するかが異なる場合がある。サンプリング周波数を f_s (Hz)、周波数レンジを f_M (Hz) とすると、分析点数 M とライン数 L_M (本) の間には

$$L_M = M / (f_s / f_M) \text{ (本)}$$

の関係がある¹⁹⁾。 f_s / f_M が 2.56 である分析器では、上式から $M = 1024$ の場合のライン数は 400 本、 $M = 2048$ の場合のライン数は 800 本となる。

表 III-3 分析点数とライン数の関係

分析点数	ライン数 [本]
256	100
512	200
1024	400
2048	800
4096	1600
8192	3200
16384	6400
32768	12800

周波数レンジ f_M をライン数 L_M で割ると、周波数分解能 Δf (Hz) が求められる。

$$\Delta f = f_M / L_M \text{ (Hz)}$$

たとえば、 $f_M = 1 \text{ kHz}$ 、 $L_M = 400$ のとき、 Δf は

$$\Delta f = 1000 / 400 = 2.5 \text{ (Hz)}$$

となる²⁰⁾。すなわち、スペクトルは周波数 2.5 Hz ごとの 400 本のラインとして表示される。

また、周波数分解能の逆数が時間分解能 (s) となる。すなわち、周波数分解能と時間分解能は反比例の関係にあるので、どちらかを上げると他方が下がる。FFT では、周波数と時間の二兎を追うことはできないのである。なお、時間分解能は前述のフレーム時間 T_s (s) に等しい。

19) f_s / f_M は 2.56 や 2.4 などの値をとる (「III. 3.2 ナイキスト周波数とエイリアシング」参照)。

20) 周波数分解能 Δf は、 Δf の式に L_M の式を適用すればサンプリング周波数 f_s と分析点数から $\Delta f = f_s / M$ によっても求めることができる (表 III-2 参照)。

III. FFT 分析器の動作

例：周波数レンジが 10 kHz、ライン数 1600 本するとき

周波数分解能 = $10000 / 1600 = 6.25$ (Hz)

時間分解能 = $1600 / 10000 = 0.16$ (s)

表 III-4 ライン数、周波数分解能、時間分解能の関係

(周波数レンジ 10 kHz の場合)

ライン数 [本]	周波数分解能 [Hz]	時間分解能 [s]
100	100	0.01
200	50	0.02
400	25	0.04
800	12.5	0.08
1600	6.25	0.16
3200	3.125	0.32
6400	1.5625	0.64

4. フレーム切り出しと窓関数

4.1 窓関数の役割

FFT は、信号をフレーム時間ごとに切り出し、そのフレームが無限に繰り返されると見なし
て演算を行う。これは、信号を「周期的な連続信号」（「II.2. フーリエ級数展開とフーリエ変
換」参照）として扱って周波数解析を行うためである。

窓関数は、切り出したフレームに時間的な重み付けをする役割を持っている。

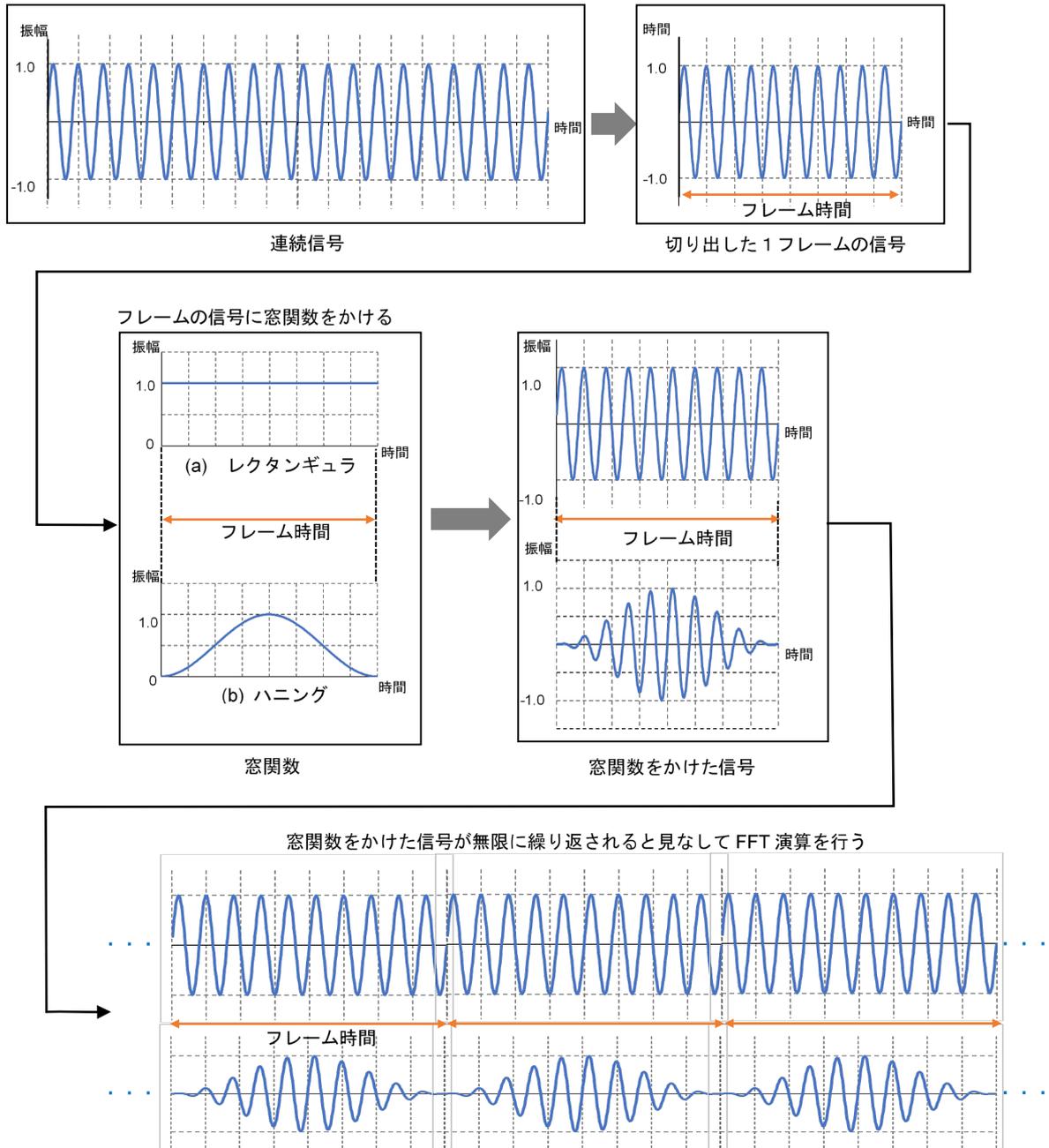


図 III-7 窓関数

III. FFT 分析器の動作

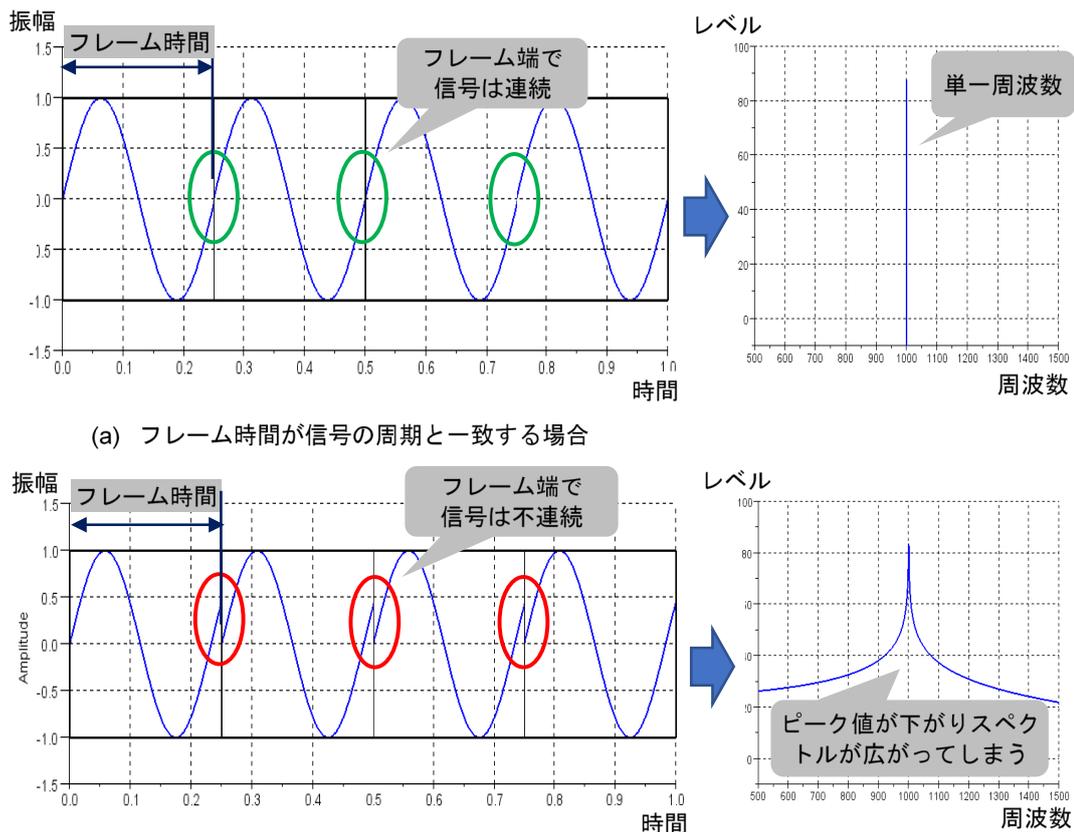
ここで、窓関数の役割を理解するために、窓関数をかけないとどうなるかを考える。

信号の周期の整数倍がフレーム時間と一致しない場合、この繰り返しの際にフレーム端で信号が不連続となる。すると、その不連続を再現しようとして、元の信号には含まれない周波数成分が表れる。これをスペクトル漏れ（リーケージ）という。なお、信号の周期の整数倍がフレーム時間と一致しないことは、信号の周波数が周波数分解能 Δf の整数倍ではないことと等価である。よって、信号の周波数が Δf の整数倍でないときに、窓関数を使わないとこのようなリーケージが生じることになる。

フレーム時間と信号周期の関係によるリーケージの有無を、正弦波を FFT 分析した次の図に示す。

(a) はフレーム時間が周期と一致する場合である。フレーム端で信号は連続なので、FFT 分析結果は元の正弦波の単一周波数を示す。このとき、信号の周波数は Δf と整数倍の関係にある。

(b) はフレーム時間が周期と一致していない場合である。フレーム端で信号が不連続となるので、この不連続を再現するためにリーケージが発生する。すなわち、FFT 分析結果は元の正弦波の周波数のピーク値が下がり、スペクトルが広がってしまう。このとき、信号の周波数は Δf と整数倍の関係にない。



(a) フレーム時間が信号の周期と一致する場合

(b) フレーム時間が信号の周期と一致しない場合

信号

FFT 分析結果

正弦波を、窓関数をかけずに FFT 分析したときのフレーム時間とリーケージ

図 III-8 リーケージ

この不連続点は元の信号にはないものなので、リーケージを低減させることが望ましい。そのため、フレーム端で信号の振幅を 0 にして連続させるような窓関数が考案されている。

ハニング窓をかけた場合にリーケージが低減される様子を次の図に示す。ハニング窓により信号がフレーム端で連続となり、元の信号のスペクトルに近づくことがわかる。

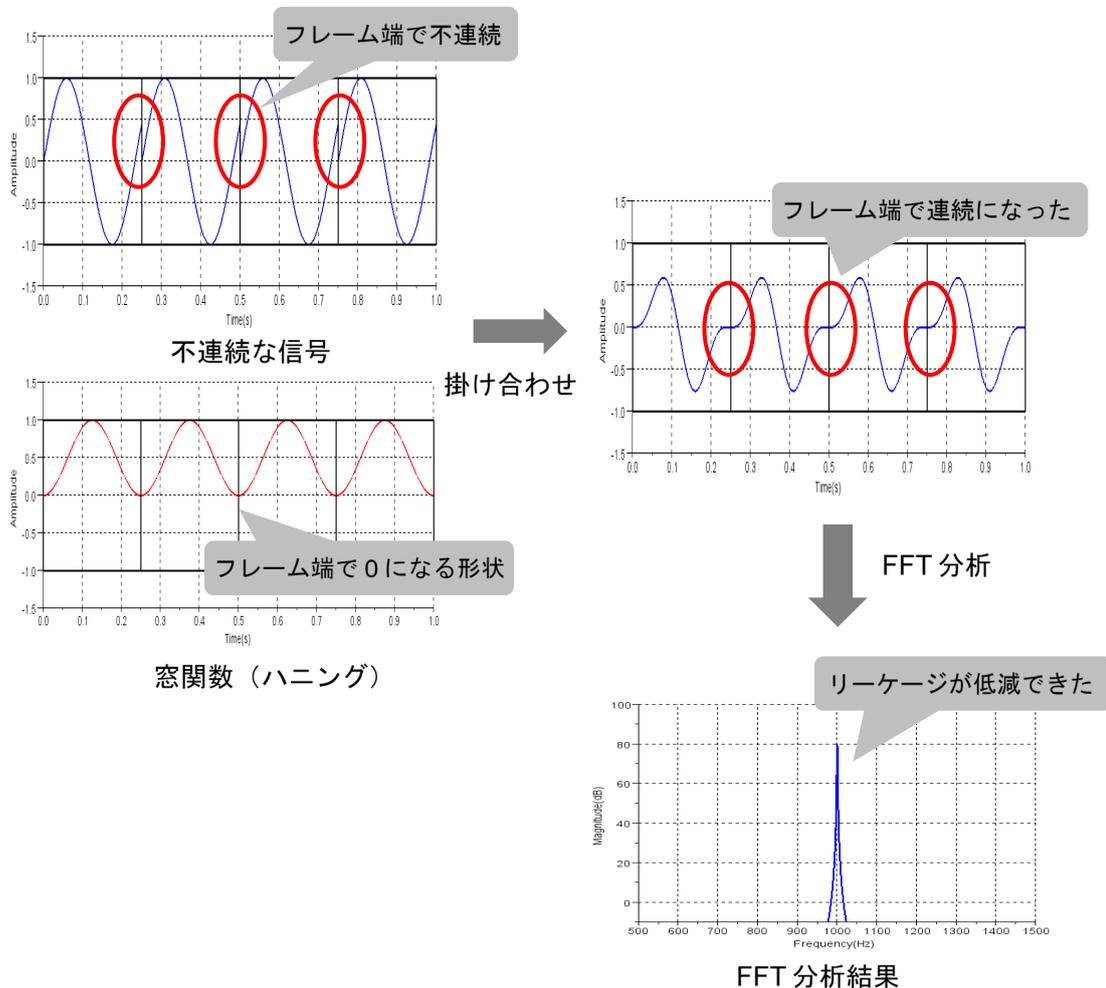


図 III-9 窓関数の効果

窓関数は、種類によって FFT 分析結果の周波数分解能（リーケージを含む実質的な周波数幅の細かさ）とダイナミックレンジ（ピーク値とリーケージ量の比）の二つの性能に影響を与える。この二つの性能は背反するため、目的によってさまざまな窓関数を使い分ける。

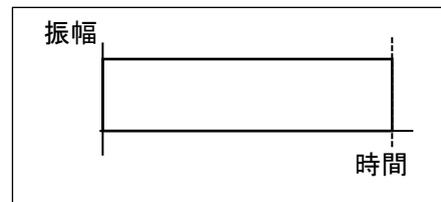
なお、レクタングュラ以外の窓関数は信号の振幅を減衰させてしまうため、FFT 分析器では各スペクトルラインの値をこの振幅減衰分を補正して算出する²¹⁾。

21) さらに、補正後のスペクトルラインは帯域幅が広がるので、OA (FFT 分析後のラインスペクトルの値の総和 (Over All)、「IV. 4.4 パワー合計」参照) および POA (指定した周波数範囲のラインスペクトルの値の和 (Partial Over All)、「IV. 4.4 パワー合計」参照) は帯域幅の広がり分を補正して算出する。

4.2 さまざまな窓関数

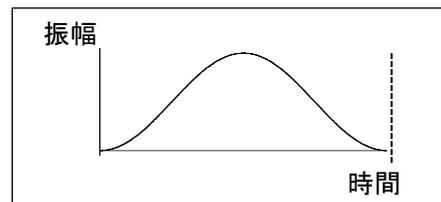
(1) レクタングュラ

フレーム時間内の信号をそのまま通す窓関数で、実質的に窓関数をかけないことに等しい。単発パルス信号の分析に向いている。フレーム時間と元の信号の周期が一致しない場合は、フレーム端で信号が不連続になるため、リーケージが発生する。リーケージが発生しない条件では、周波数分解能は最も高い。



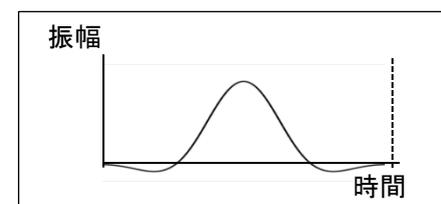
(2) ハニング

代表的な窓関数で、フレームの開始と終端を 0 にする曲線の窓関数。フレーム端の信号が急激に立ち上がるのを防ぐ。騒音や振動などの連続信号の分析に向いており、最も多く使われる。特定の用途のスweep信号やインパルス信号の分析には不向きである。



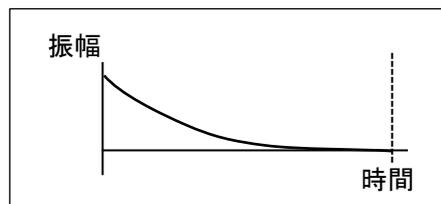
(3) フラットトップ

FFT 分析したスペクトルの頂部が減衰なく平らになる窓関数。周波数分解能は他の窓関数に比べて劣るが、振幅を正確に読み取れる利点がある。たとえば、騒音計や振動計などの AC 出力を FFT 分析するのに先立って FFT 分析器を校正する場合に、校正信号の大きさを正確に読み取るのに使用する。



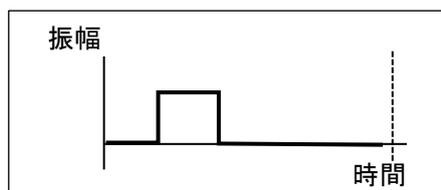
(4) 指数

フレーム時間内で指数関数的に信号を減衰させる窓関数。インパルス信号をフレーム終端で必ず 0 にするのに用いる。たとえば、インパルス加振により伝達関数を測定する場合、受信センサの信号に使用する。



(5) フォース

フレーム内の一部分以外の値を 0 にする窓関数。インパルス信号など、区間が限定される過渡的な信号に用いる。たとえば、インパルス加振により伝達関数を測定する場合、加振センサの信号に使用する。



4.3 窓関数による違い

同じ信号を FFT 分析する場合でも、窓関数を変えると振幅や周波数分解能が変わる。

周波数 10.5 Hz の正弦波を周波数分解能 1 Hz の条件で FFT 分析したときの、窓関数による振幅の違いを示す。なお、これはフレーム時間が周期の整数倍ではない場合で最も悪い条件（リーケージが最大）での例である。

ここでは、振幅が 1 の正弦波が入力された場合を考える。信号の周波数は Δf の 10.5 倍であり、整数倍ではなくちょうど中間の場合となっている。

このときレクタングラでは、本来は 1 本である正弦波のスペクトルが複数の周波数に振り分けられ、リーケージが生じる。また、スペクトルの最大の振幅は 0.637 になり、本来の 1 に比べて低くなる。一方フラットトップでは、リーケージが発生している場合でも、スペクトルの最大の振幅は 1 に近く、入力信号の振幅を概ね正しく表している。ハニングは、振幅および周波数分解能について、レクタングラとフラットトップの中間の性質を持っている。

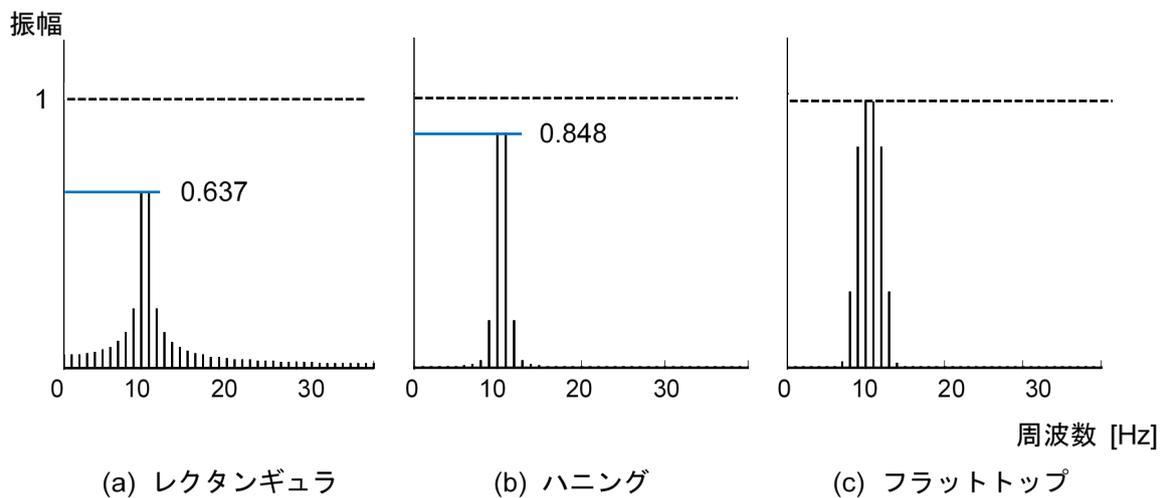


図 III-10 窓関数による振幅の違い

III. FFT 分析器の動作

次に、周波数 10 Hz の正弦波を周波数分解能 1 Hz の条件で FFT 分析したときの、窓関数による周波数分解能の違いを示す。なお、これはフレーム時間が周期の整数倍の（リーケージが発生していない）場合、すなわち、信号の周波数が周波数分解能 Δf の整数倍での例である。

このときレクタングュラでは、振幅が 1 と正しく表示されており、またスペクトルが 1 本のラインであることから、周波数分解能が高いことがわかる。一方フラットトップでは、振幅はほぼ 1 と概ね正しいが、スペクトルは 10 Hz の周囲に広がっており、周波数分解能は低い。ハニングは、レクタングュラとフラットトップの中間の性質である。

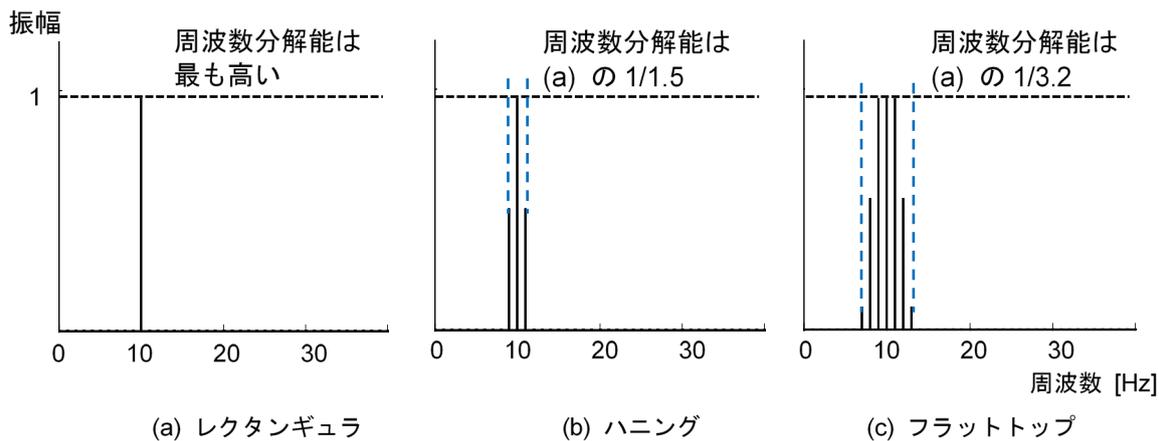


図 III-11 窓関数による周波数分解能の違い

IV. FFT 分析器の機能

本章では、主に当社の FFT 分析器に搭載されている機能について、その機能の目的や用途を解説する。なお、FFT 分析器によって若干の用語の違いがあるが、概要を掴めるように記す。

1. 演算

目的に応じて、複数のフレームの FFT 分析結果を演算する機能である。

1.1 瞬時値

1 フレームごとのスペクトル。

1.2 平均値

(1) リニア平均

設定した回数分のフレームについて、ラインごと（周波数ごと）にパワー平均したもの。ランダムノイズを低減し、現象を把握しやすくする。

設定した回数分のフレームの取り込みと平均演算が終わると、測定は自動的に終了する。

$$Y_k = (P_1 + P_2 + \dots + P_k) / k \quad Y_k, P_k \text{ は dB ではなくパワー表現}$$

Y_k : k 番目の平均値 (パワースペクトル)

P_k : k 番目の瞬時値 (パワースペクトル)

N : 設定した平均回数 ($k = 1, 2, \dots, N$)

(2) 指数平均

一つ前のフレームまでの平均パワースペクトルと、現在のフレームのパワースペクトルとを重み付け平均したもの。連続的に変化を観測したい場合に使用し、偶発的な衝撃波の発生を検出できる。

現在のフレームから過去に遡るにつれて指数関数的に減衰するように重み付けしながら、全フレームを平均することに相当する。減衰速度を表す時定数は、平均回数で設定する。平均回数が小さいと速い時定数に、大きいと遅い時定数に相当する。

なお、リニア平均とは異なり、平均回数分のフレームの取り込みが終わっても、測定は自動的に終了しない。

$$Y_k = \{(N-1) \times Y_{k-1} + P_k\} / N$$

Y_k : k 番目の平均値 (パワースペクトル)

Y_{k-1} : ($k-1$) 番目の平均値 (1 フレーム前のパワースペクトル)

P_k : k 番目の瞬時値 (パワースペクトル)

N : 設定した平均回数

IV. FFT 分析器の機能

瞬時値と、平均回数を 3 回とした場合の平均結果の例を次に示す。元の信号は正弦波で、最初の 1 フレーム分の間のみ振幅 1 でその後は 0、リーケージはないものとする。

(a) (b) (c) はそれぞれ 1 回目から 4 回目の結果である。ここで、(a) は瞬時値、すなわち 1 回ごとの分析結果そのものなので、2 回目以降は値がゼロとなる。(b) はリニア平均で、3 回目で測定が終了する。(c) は指数平均で、2 回目以降は常に過去の分析結果の影響を受ける。

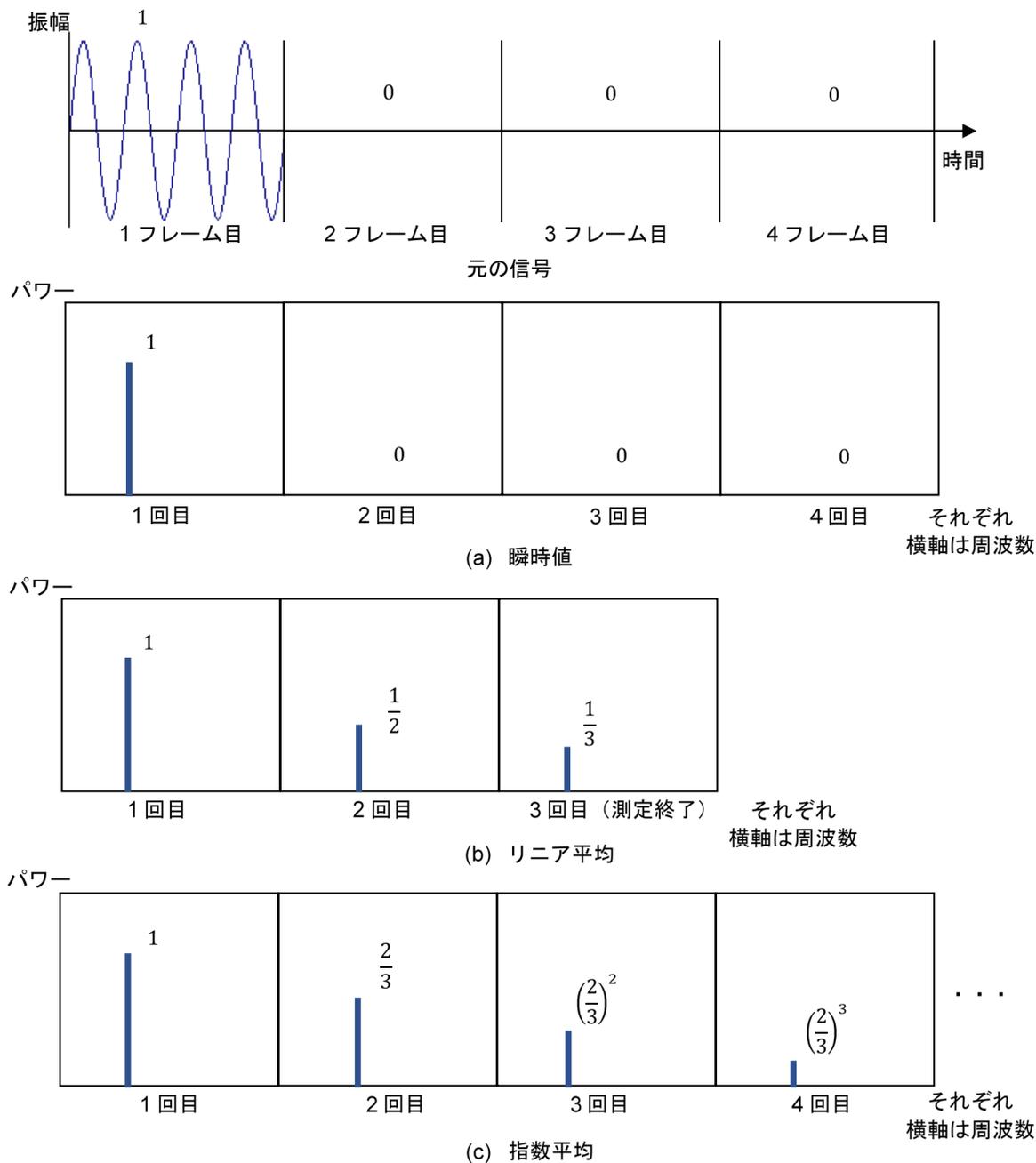


図 IV-1 瞬時値と平均値

1.3 最大値

指定したフレーム数のスペクトルで、ラインごと（周波数ごと）の最大値（スペクトル max）、またはオーバーオール（OA）値（ラインスペクトルの値の総和（Over All）、「IV.4.4 (1) OA」参照）が最大となったフレームのスペクトル（OAmx）。

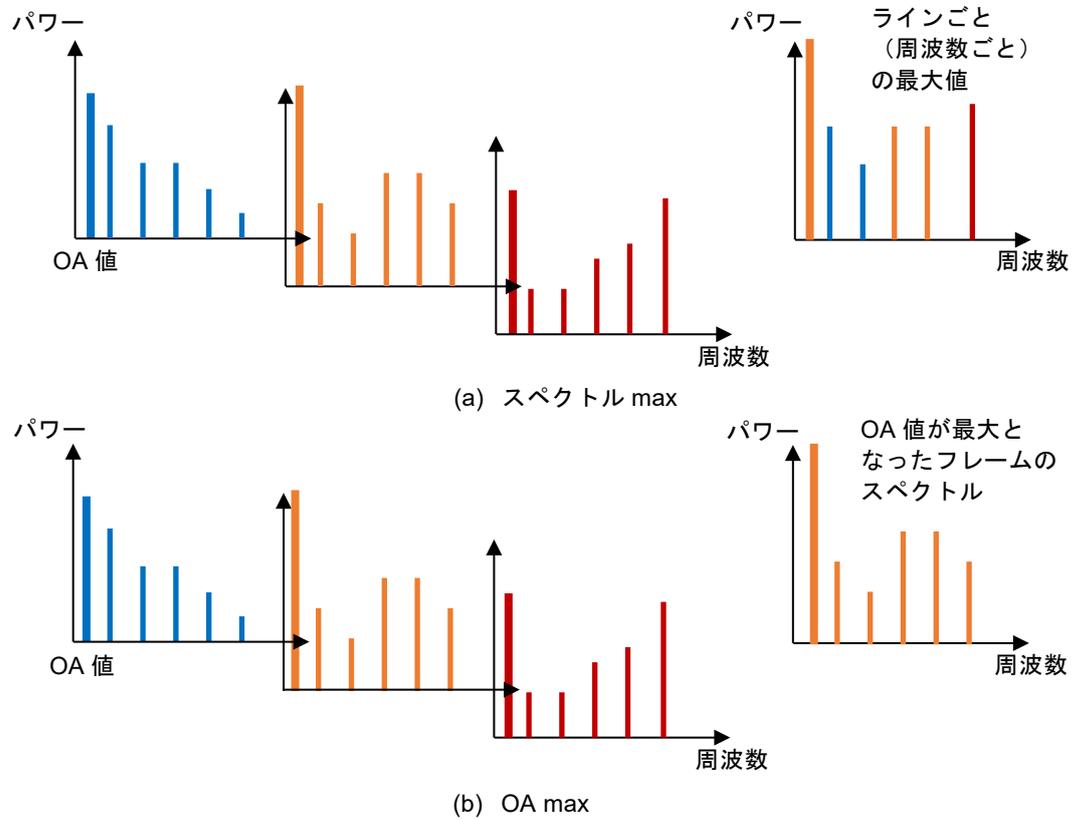


図 IV-2 スペクトル max と OAmx

1.4 パワースペクトル密度 (PSD)

パワースペクトルの各ラインの値を周波数分解能 Δf で割った²²⁾もの (PSD: Power Spectral Density)。周波数 1 Hz 幅あたりのパワーに相当する。

FFT 分析する場合、元が同じ信号でも、サンプリング周波数を変えると 1 ラインあたりの周波数分解能 Δf が変化する。また分析点数を変えても同様に Δf が変化する。その結果、周波数分布が広がりを持つ一般的な信号では、同一の信号を分析しても 1 ラインあたりのパワーが変化する、つまりグラフの Y 軸の値が変化することになる。

周波数分解能が変わるのに応じて、スペクトルの振幅やパワースペクトルの値が変化して、比較がしにくい場合、PSD で各ラインのパワーを 1 Hz 幅あたりに規準化することで、このような Δf の変化の影響を低減できる²³⁾。

非周期信号で、周波数分解能を上げた場合の、パワースペクトルと PSD の違いを次の図に示す (ラインの太さが帯域幅を表す)。(a) パワースペクトルでは、周波数分解能が上がる (帯域幅が狭くなる) と全体のパワーをより多くのラインで分けることになるため、1 ラインあたりのパワーは小さくなる。(b) PSD では、ラインのパワーを Δf で割って規準化するため、1 ラインあたりのパワーはほとんど変わらない。

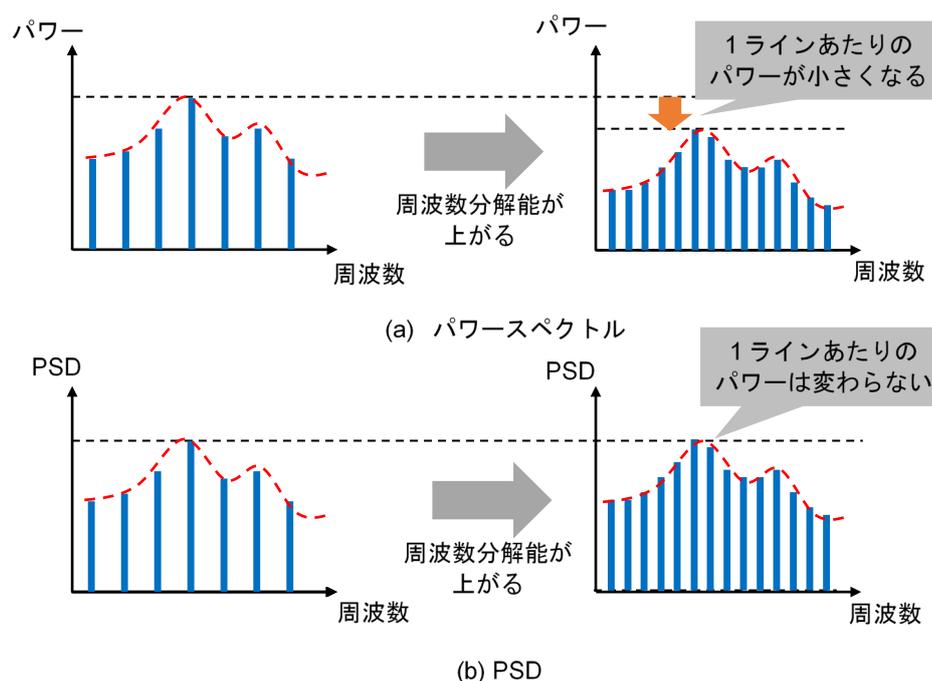


図 IV-3 パワースペクトルと PSD の違い

22) 実際には周波数分解能 Δf は窓関数により広がるため、その影響を補正した値で割る。

23) 周期信号の場合 (際立ったピークがある場合) は、分析結果は線スペクトルに近くなり、1 ラインあたりの Δf が変わってもラインに含まれるパワーはほとんど変わらない。そのため PSD にすると Δf で割ることと逆にパワーが変化してしまうため、一般に PSD ではなくパワースペクトルとして取り扱う。

1.5 2チャンネル演算

2チャンネルの信号をFFT分析器で演算することで、チャンネル間の関係のさまざまな性質を解析できる。

(1) 伝達関数

二つの信号の一方を入力信号、他方を応答信号としたときの、入力対応答の周波数特性。二つのチャンネルの信号から伝達関数を求めることで、両信号の観測点間の伝達経路が持つ周波数特性を知ることができる。

二つの信号のスペクトルについて、周波数ごとの関連性を計算したものをクロススペクトルという。入力信号のスペクトルをX、応答信号のスペクトルをYとして、XとYのクロススペクトル G_{XY} 、Xのパワースペクトルを G_{XX} とすると、伝達関数 H は次の式で表される²⁴⁾。

$$H = G_{XY} / G_{XX}$$

伝達関数 H は振幅と位相の情報を含んでいる。表示される振幅は二つのチャンネルの周波数ごとの振幅比、位相は位相差となる。

伝達関数の振幅の例を次に示す。この伝達関数は、入力と出力の周波数ごとの振幅比を表している。

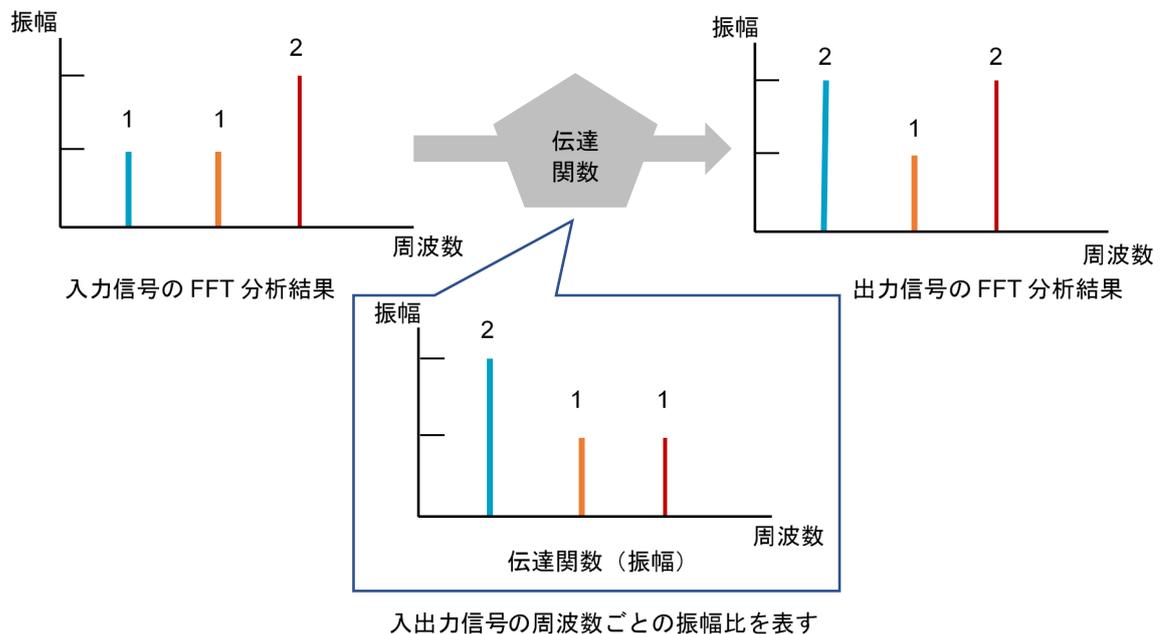


図 IV-4 伝達関数 (振幅)

24) 伝達関数の計算式には複数の定義がある。これは RION FFT 分析プログラム (SX-A1FT) の場合。

(2) コヒーレンス関数

二つの信号の関連度合いを 0~1 で表した周波数特性。0 に近い周波数ではチャンネル間の相関性が低く、1 に近い周波数では相関性が高い。

コヒーレンス関数は、伝達関数の信頼性を評価する基準として使用できる。コヒーレンスが小さい場合、外乱ノイズが多くあり、SN 比が足りず、正しく伝達関数が求まっていないなどの可能性がある。

たとえばチャンネル 1 をスピーカの入力信号、チャンネル 2 をスピーカに向けたマイクロホンの出力信号とした場合、外乱ノイズが十分少ない、かつスピーカやマイクロホンがそれぞれ測定対象の周波数を適切に出力・入力できているときに、コヒーレンス関数の値は 1 に近くなる。

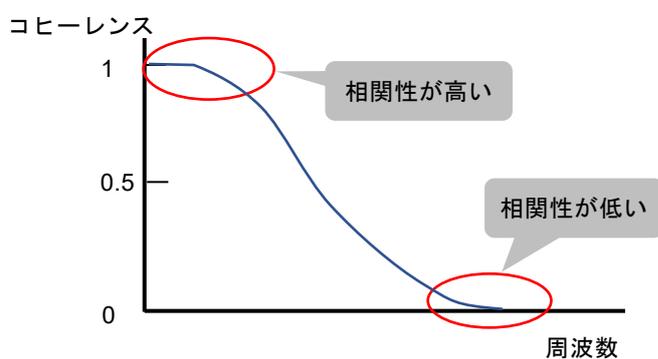


図 IV-5 コヒーレンス関数

2. トリガ

信号に対して、フレームの開始点を制御するのがトリガである。分析対象の信号の大きさが設定値を上回ったときにフレームを開始するトリガ（波形トリガやレベルトリガ）や、外部端子からのトリガ入力信号によりフレームを開始する外部トリガなどがある。複数の FFT 分析結果を平均するために、波形トリガやレベルトリガを使用することが多い。

トリガの動作モードが「シングル」の場合は、トリガが発生した際に最初のフレームを開始し、その後は連続してフレームを分析し平均する。「リピート」の場合は、1 フレーム分の分析後に再びトリガ待ちになるので、間欠的に発生する信号でフレームのタイミングを合わせるのに便利である。

リピートモードでレベルトリガをかける例を次に示す。振動ピックアップにより板の振動を監視している。板をインパルスハンマで打撃して加振力がトリガ閾値を超えると、分析を行い、ふたたびトリガ待ちになる。これを繰り返し、設定した回数を終えると測定が終了する。

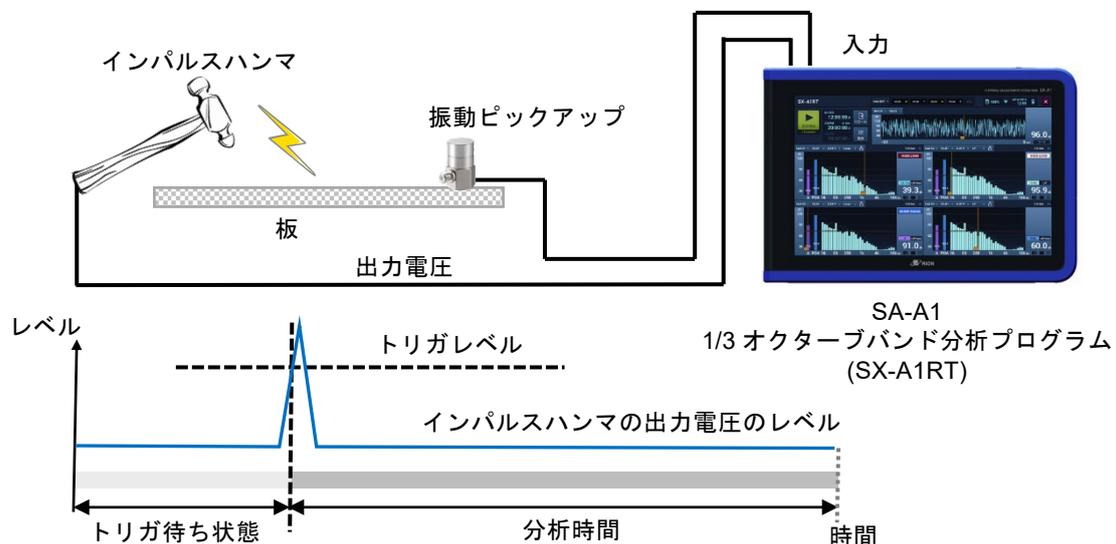


図 IV-6 レベルトリガ

レベルトリガの場合の設定項目の一例を次の表に示す

表 IV-1 レベルトリガの設定項目

設定項目	内容
トリガ動作モード	トリガ待ちを 1 回のみ（シングル）か繰り返す（リピート）かの設定
トリガレベル	トリガをかけるレベル
トリガスロープ	トリガレベルを横切る向き（上向きまたは下向き）。
トリガポジション	トリガレベルを横切った時点（トリガ点）から実際にフレームを切り出すまでの時間またはサンプル数（負数で設定するとトリガ点より前から、正数で設定するとトリガ点より後からフレームを切り出す。前者をプリトリガ、後者をポストトリガともいう）。

3. オーバーラップ

FFT 演算の際、1 フレームの演算中に次のフレームを並行して開始するのがオーバーラップである。フレームの時間上の重複割合をオーバーラップ率として設定する。1 フレームの時間より短い間隔で結果を得たり、短い間隔で発生する現象を多く平均したりする際に有効である。

オーバーラップ率が大きいほど、FFT 分析結果の出力間隔が短くなるが、演算処理の負担が増えるため、分析器の能力によって、同時分析可能なチャンネル数や周波数レンジに制限が生じる²⁵⁾。

またオーバーラップには、窓関数により減衰するフレーム両端の信号を漏らさず分析する効果もある。たとえば、ハニング窓を用いると、フレームの両端近傍の信号振幅は 0 に近くなるため十分な SN 比が確保できない。このときオーバーラップ率を 50%にすると、精度の良い測定ができる。

次の図ではフレーム時間は波形の約 1 周期分だが、オーバーラップ率が 50%であるため、1/2 周期間隔で結果を得ることができる。

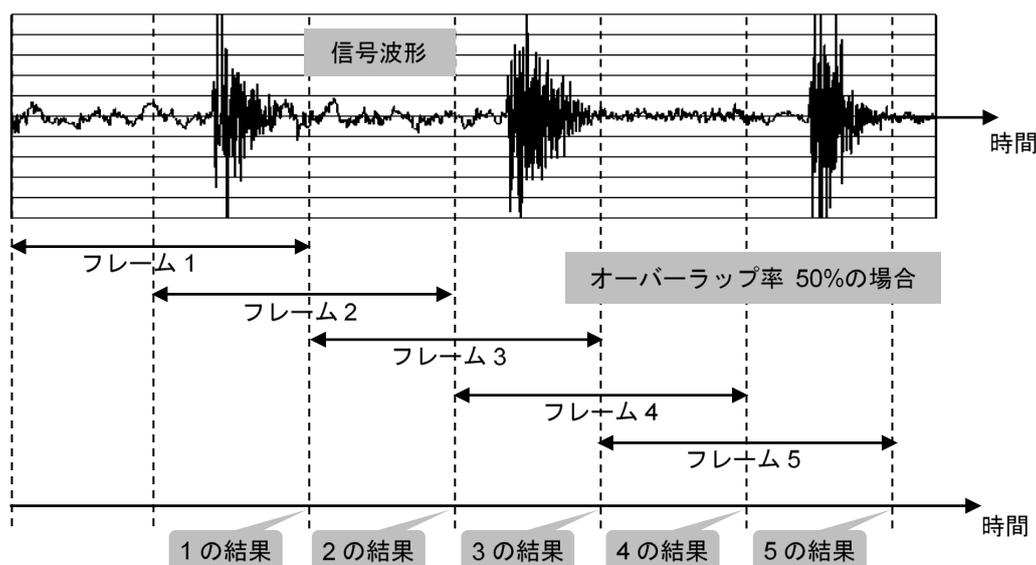


図 IV-7 オーバーラップ

25) 記録されたデータをオフラインで分析する場合は、チャンネル数や周波数レンジの制限はない。

4. FFT 分析結果の表示

4.1 横軸（周波数軸）の表示

(1) 表示スケール

FFT はスペクトルを構成する 1 本のライン（スペクトルライン）の周波数幅がどの周波数でも一定（定幅型）であるため、横軸（X 軸、周波数軸）の表示スケールはリニア表示、すなわち周波数を等間隔に表示するのが一般的である²⁶⁾。

(2) 拡大表示

周波数幅に対して FFT 分析器の画面の表示分解能が低い場合、表示上の 1 ラインは複数のスペクトルラインを代表している。この分解能を上げるには、横軸を拡大表示する。これにより表示分解能は上がるが、画面上に一度に表示できる周波数範囲は狭くなるため、周波数範囲全体を見るにはスクロールなどの操作が必要となる。

4.2 縦軸（スペクトル）の表示

(1) 表示量

FFT 分析器によっては、スペクトルをどのような値として表示するかを設定できる。ここではスペクトルの最大振幅（ピーク）を A とする。

(a) ピーク／実効値（RMS）

信号の振幅を最大振幅 A で見るか、実効値 $A/\sqrt{2}$ で見るかを設定する。オクターブバンド分析器と結果を比較するような場合は実効値が用いられる。

(b) 振幅／パワー

振幅（ピーク A または実効値 $A/\sqrt{2}$ ）をそのまま見るか、パワーすなわち 2 乗値（ピークのパワー A^2 、または実効値のパワー $A^2/2$ ）で見るかを設定する。直感的な分かりやすさから振幅を選ぶことが多い。

(c) パワースペクトル／パワースペクトル密度（PSD）

パワーを、パワースペクトルそのもので見ると、パワースペクトル密度（「IV.1.4 パワースペクトル密度（PSD）」参照）で見るかを設定する。周期信号はパワー、非周期信号は PSD を選ぶことが多い。

26) オクターブバンド分析のように定比表現で見たいたいケースもあるため、対数（ログ）表示も用意されていることもある。

(a)、(b) の表示量の組み合わせを次の表に示す。なお、パワーを PSD で見る場合は、パワーを周波数分解能 Δf で割る ²⁷⁾。

表 IV-2 表示量の組み合わせ

	ピーク	実効値
振幅	A	$A/\sqrt{2}$
パワー	A^2	$A^2/2$

(2) 表示スケール

(a) リニア表示

縦軸 (Y 軸) を電圧や音圧などの物理量の単位で表示する ²⁸⁾。物理量そのものを直接読み取れるが、値の変動幅が大きい (ダイナミックレンジが広い) 場合に、大きい値と小さい値を同時に見るのが難しい。

(b) レベル表示

縦軸 (Y 軸) をレベル (dB) で表示する。値の幅が大きい (ダイナミックレンジが広い) 場合に、大きい値と小さい値を同時に見るのに適している。特に、音圧 (Pa) は大きく値が変動することが多く、音圧レベル (dB) が多く用いられる。なお、レベル化するためには基準値が必要である ²⁹⁾。測定値に対するレベルは、次の式で求められる。

$$\begin{aligned} \text{レベル} &= 10 \log (\text{測定値 (パワー)} / \text{基準値}^2) \text{ (dB)} \\ &= 20 \log (\text{測定値 (振幅)} / \text{基準値}) \text{ (dB)} \end{aligned}$$

次の図は、振幅をリニア表示した場合 (a) と、基準値 1 V としてレベル表示した場合 (b) の例である。

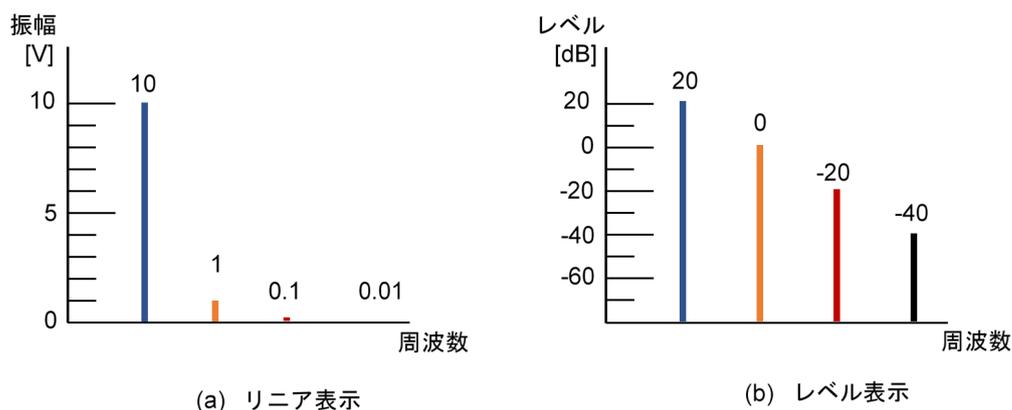


図 IV-8 縦軸の表示スケール

27) 実際には周波数分解能 Δf は窓関数により広がるため、その影響を補正した値で割る。
 28) 音圧などの物理量の単位で表示するには FFT 分析器を校正する必要がある。校正の方法については FFT 分析器の取扱説明書を参照のこと。
 29) 音圧の基準値は $20 \mu\text{Pa}$ ($=2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$)、振動加速度の基準値は JIS では 10^{-5} m/s^2 、ISO では 10^{-6} m/s^2 である。

4.3 リスト

FFT 分析結果をリスト表示すると、数値として直接読み取れる。

(1) リスト

周波数の順にスペクトルラインの値をリスト表示する。

(2) トップリスト

卓越周波数（振幅が卓越している周波数）を知るため、振幅の大きな順にスペクトルラインの値をリスト表示する。

4.4 パワー合計

(1) OA

FFT 分析後のスペクトルで、全ラインのパワーの総和（Over All）³⁰⁾。すべての分析周波数にわたるパワーの大きさがわかる。

(2) POA

FFT 分析後のスペクトルで、指定した周波数範囲のラインのパワーの和（Partial Over All）³¹⁾。指定した周波数範囲のパワーの大きさがわかる。

(3) AP

分析器が取り込んだ信号の全パワー（All Pass）。FFT 分析を行う前の値であり、分析の影響を受けていないパワーの大きさがわかる。一般に、オクターブバンド分析器に装備される。

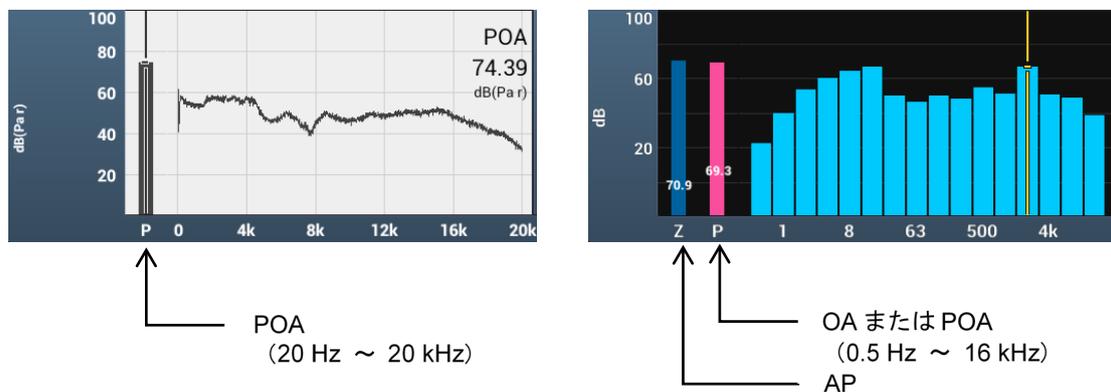


図 IV-9 パワー合計

30) 厳密には、各スペクトルラインのパワーを単純に合計すると本来の OA の値より大きくなる。これは窓関数の減衰分を補正している影響である。そのため、本来の値になるようにさらに補正している。

31) OA と同様に補正している。

4.5 重ね描き

複数の FFT 分析結果のスペクトルを同一画面上に重ねて表示したもの。複数の結果の差異を直感的に把握できる。

4.6 スペクトログラム

スペクトルの時刻、周波数、振幅という三つの要素を平面上に表示したもの。時間軸、周波数軸の平面上で、振幅を色の違い（濃淡やカラーなど）で表現する。信号の周波数成分が時間とともにどのように変化するかを視覚的に把握できる。

重ね描きとスペクトログラムの例を次の図に示す。(a) はバイオリンで「ド」と「ソ」を弾いたときのそれぞれの FFT 分析結果を重ね描きしたもの、(b) はバイオリンで音階を順に弾いたときのスペクトログラムである。

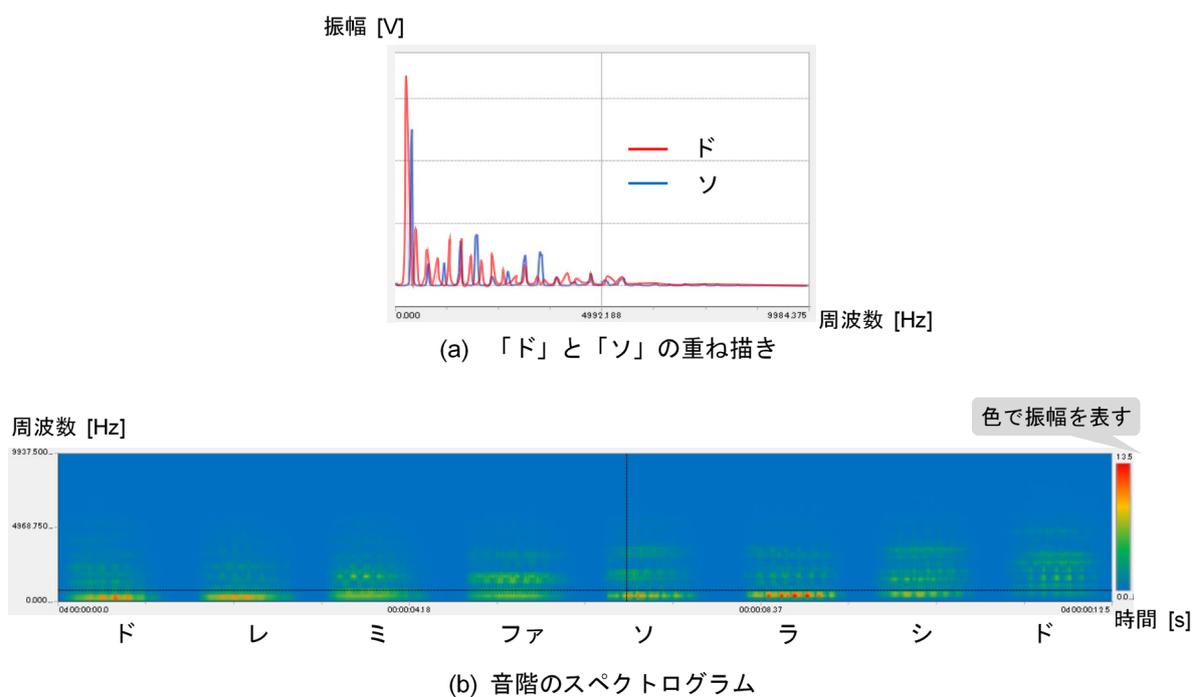


図 IV-10 重ね描きとスペクトログラム

5. 振動量

振動量には加速度、速度、変位があり、測定目的によっていずれかを選ぶ。速度は加速度を、変位は速度を積分したものである。

一般に測定には加速度が多く用いられるが、その一つの理由は、広い周波数範囲にわたって分析できるためである。速度、および変位は、機械などの回転数に相当する周波数の振動のみを分析するときに便利である。

たとえば基本周波数とその 10 倍の周波数の振幅が同じ成分からなる振動について、各振動量の信号を見ると次の図のようになり、加速度に比べて速度や変位では細かな振動 (= 高い周波数成分) が小さくなる。

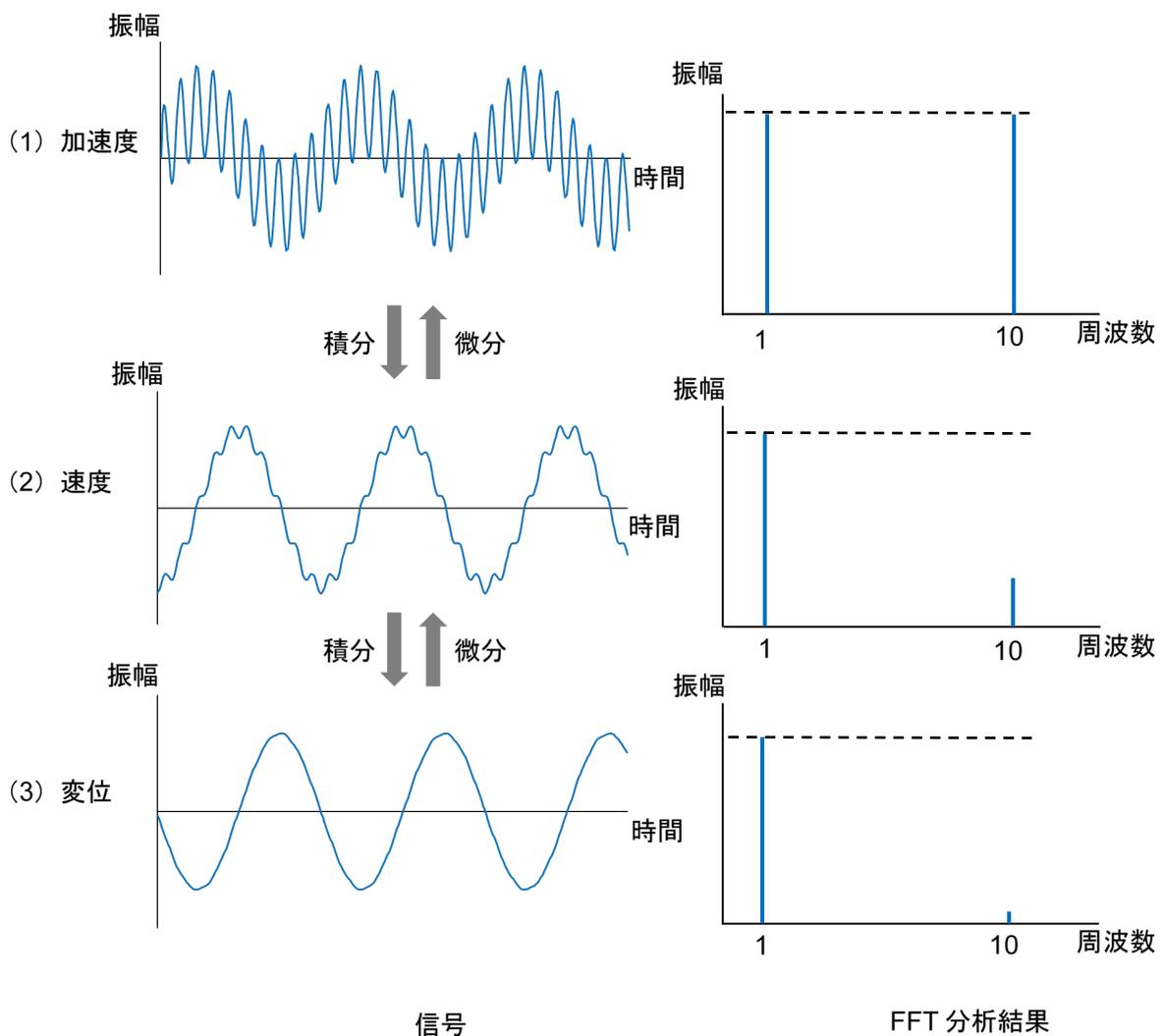


図 IV-11 振動量による信号と FFT 分析結果の違い

また、信号の包絡線 (エンベロープ) は繰り返し周期を検出するのに有効である。主に軸受の診断に使用される。

V. 音響・振動の FFT 分析事例

本章では、主に当社の FFT 分析器を使用した音響・振動分野の FFT 分析事例を示す。

1. 楽器の音色分析

さまざまな楽器の「ド」の音 (261.6 Hz) を鳴らして FFT 分析した事例である。(a) がオルガン、(b) がトランペット、(c) がバイオリンである。

それぞれ「ド」の音に相当する 261.6 Hz にピークが存在する。また、すべての楽器において、261.6 Hz の整数倍の周波数にピークが多数存在する。これは、高調波成分と呼ばれる。楽器によって音色が異なって聴こえるのは、このように含まれる高調波成分の大きさが異なるからである。

オルガンの高調波成分は、周波数が高くてもあまり減衰していない。また偶数倍成分と奇数倍成分のピークの幅が異なる。トランペットは、周波数が高くなるに従って徐々に減衰しており、ピークの幅もそろっている。バイオリンは、ビブラートをかけて演奏した音であるため周波数に揺らぎが生じ、高調波成分のスペクトルの幅が広がっているように見える。

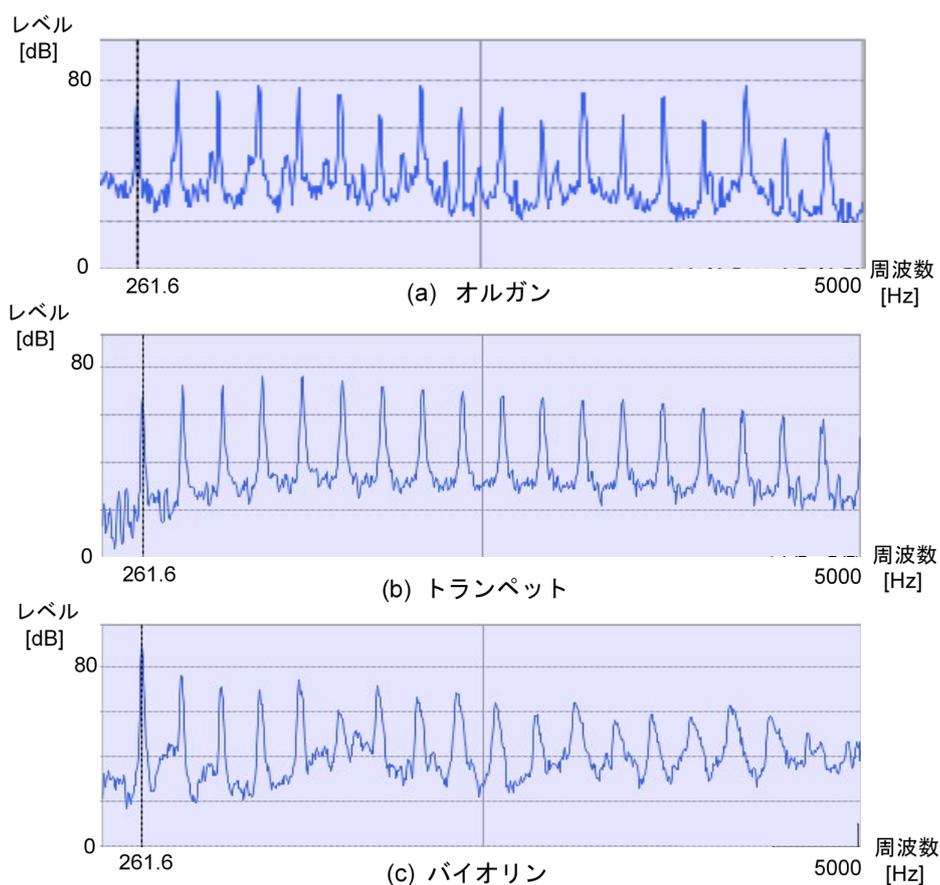


図 V-1 楽器の音色分析結果

2. 鉄板の固有振動数の測定

鉄板に振動ピックアップを取り付け、インパルスハンマで打撃することで固有振動数を求めた事例である。以下に測定システムの構成と、FFT 分析結果を示す。窓関数はレクタングラ、トリガのリピート回数は4回とし、パワースペクトルをリニア平均した。CH2 のパワースペクトルで、鉄板の固有振動数が 3 kHz 付近に表示されている。この例では、2 個の固有振動数がピークとして観測されている。

固有振動数は対象物の構造によって多数存在するため、測定されたピークは全てが固有振動数である。固有振動数測定において、振動ピックアップの位置や、打撃の位置が振動モードの節になった場合は振動が発生しないため、パワースペクトルにピークが現れなくなる。このような現象を避けるために、振動ピックアップの位置や打撃の位置を変えて、複数個所で測定する必要がある。

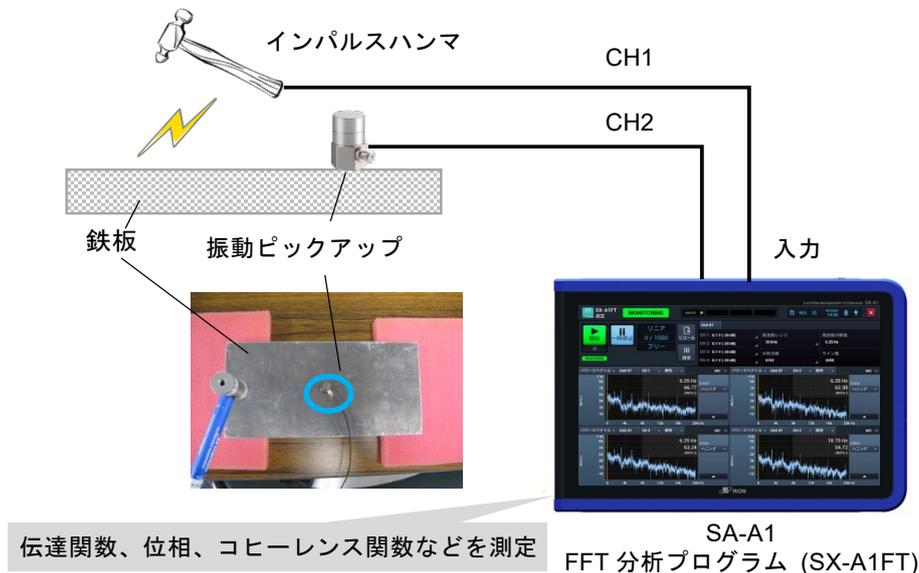


図 V-2 固有振動数の測定システム

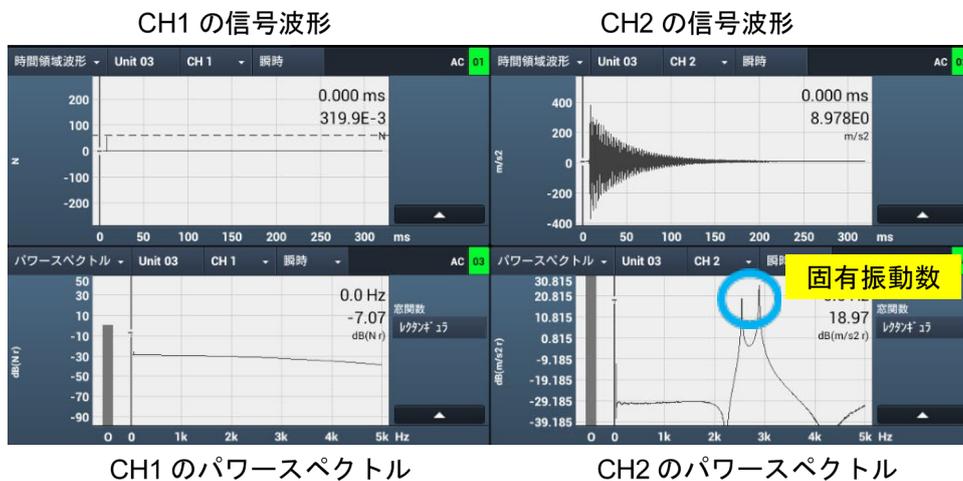


図 V-3 固有振動数の分析結果

3. 材木のヤング率の算出

木材をハンマで打撃した音を分析し、音の周波数と木材の材積、密度からヤング率を計算した事例である。

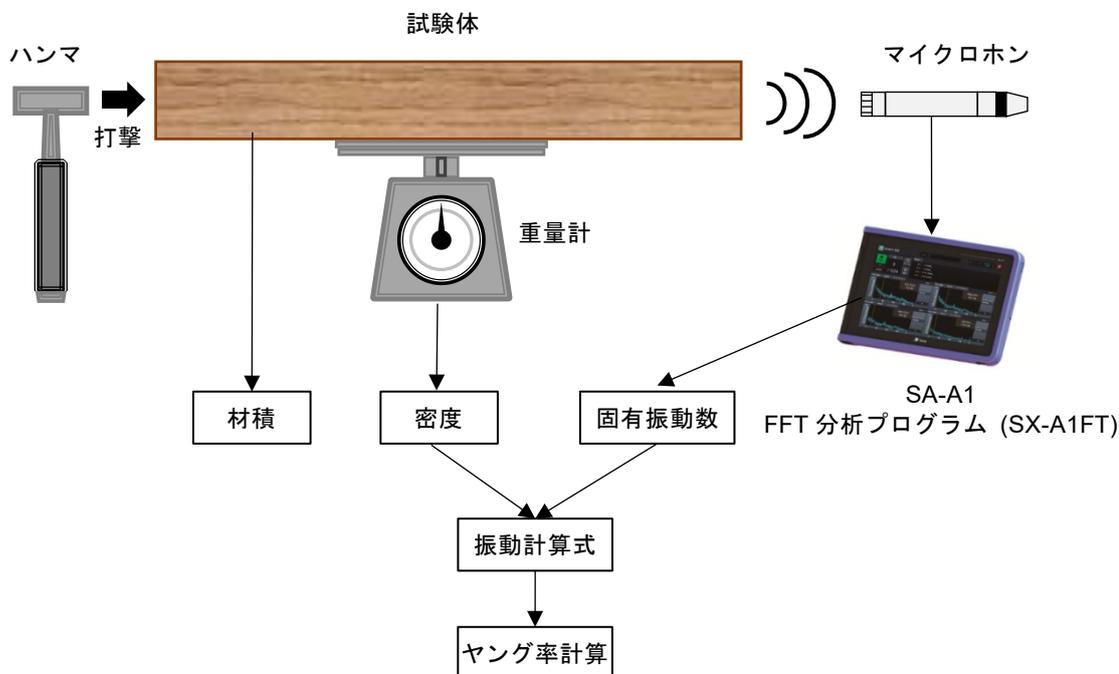


図 V-4 木材のヤング率の測定

ヤング率 E (Pa) はモノの硬さに関する値で、応力とその方向のひずみの比で表される。 E が大きいほど硬い。対象物の固有振動数 f_0 を用いると、 E は次の式で表すことができる。この固有振動数を知るために FFT 分析を行う。

$$E = (2 \times L \times f_0)^2 \times \rho \quad (\text{Pa})$$

ここに、 L は木材の長さ (m)、 f_0 は固有振動数 (Hz)、 ρ は木材の密度 (kg/m^3) である。また ρ は、木材の長さ L (m)、幅 W (m)、厚さ D (m)、質量 M (kg) から次の式で求められる。

$$\rho = M / (W \times D \times L) \quad (\text{kg} / \text{m}^3)$$

この事例では、 $L = 1$ m、 $W = 0.106$ m、 $D = 0.106$ m、 $M = 8.0$ kg なので、 $E = 9.227$ GPa となる。

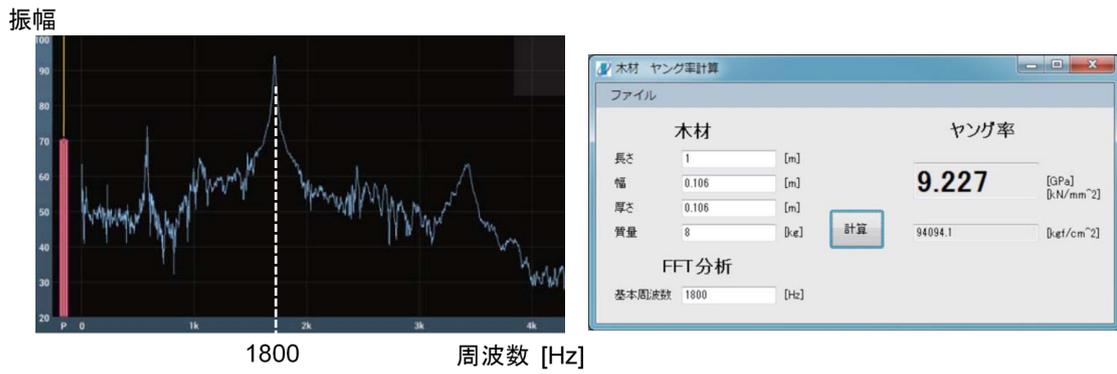


図 V-5 FFT 分析とヤング率の分析結果 (SA-A1)

4. 機械設備の精密診断

振動分析計 VA-12 を用いた精密診断事例をいくつか示す。VA-12 は振動計と高機能 FFT 分析器が一体となったハンディタイプの測定器で、FFT 分析部は最大ライン数 3200（分析点数 8192）、上限周波数 20 kHz の連続リアルタイム分析が可能である。

なお、これらの異常事例は、回転機械の異常現象を人工的に作り出す故障シミュレータ「ミニマスタ」を使用し、VA-12 で 3200 ラインの FFT 分析を実施したものである。



図 V-6 回転機械故障シミュレータ「ミニマスタ」



図 V-7 振動分析器 VA-12

4.1 転がり軸受の診断

転がり軸受の外輪に傷が生じた状態をミニマスタで再現し、FFT 分析で診断した事例である。加速度の信号では、連続した衝撃波形が観測される。衝撃波形の最大振幅はあまり変動しない。加速度の FFT 分析（周波数レンジ 5000 Hz）では、3 kHz 以上の高い周波数成分が非常に大きい。加速度エンベロープの FFT 分析（周波数レンジ 500 Hz）では、外輪通過周波数 77.2 Hz に近い 77.8 Hz が発生している。これらから、軸受の外輪 1 か所に傷があり、転動体はその傷に衝突していることがわかる。

表 V-1 転がり軸受の諸元

転動体个数	10 個
転動体直径	6.4 mm
ピッチ円直径	27.6 mm
接触角	10 度
軸回転数	1200 rpm（外輪通過周波数 77.2 Hz）

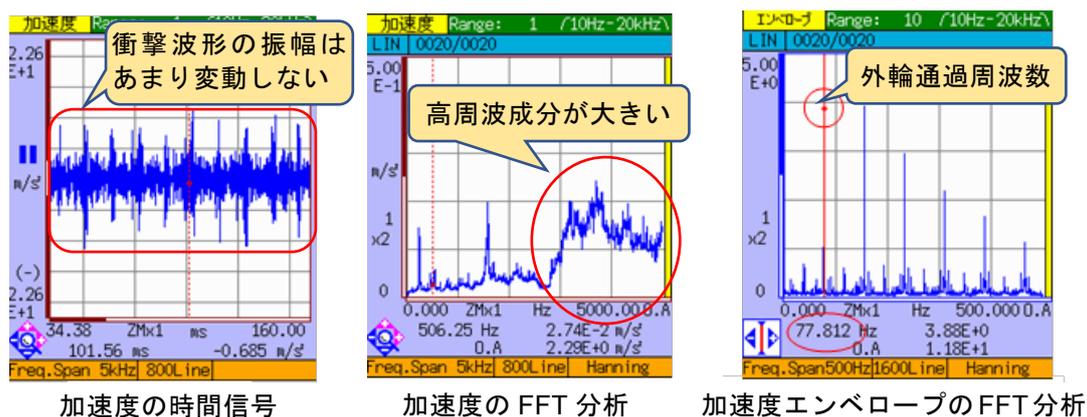


図 V-8 VA-12 による転がり軸受の診断

4.2 アンバランスの診断

回転体の主軸にアンバランスが生じた状態をミニマスタで再現し、FFT 分析で診断した事例である。速度の時間信号は、正弦波に近い波形となっている。速度の FFT 分析結果では、軸回転数に対応する周波数成分が支配的で、他の周波数成分は非常に少ない。これらから、アンバランスが発生していることがわかる。

表 V-2 回転体の諸元

軸回転数	1200 rpm (軸回転周波数 20 Hz)
------	-------------------------

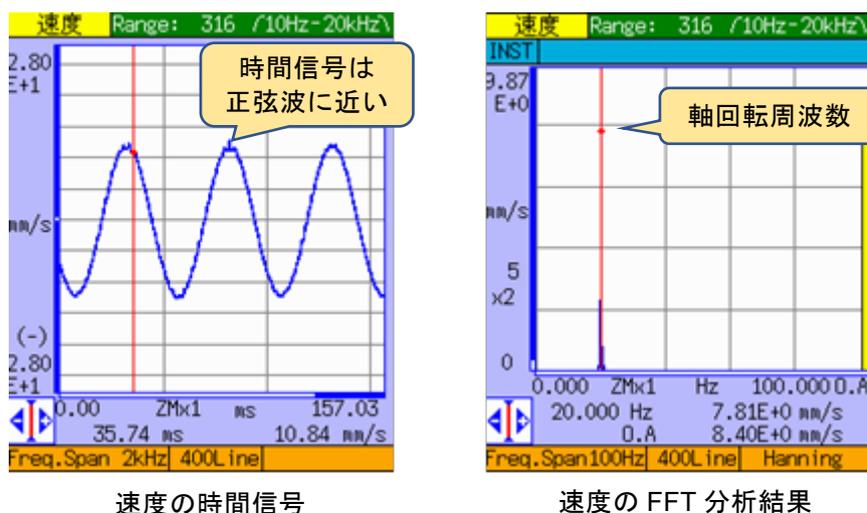


図 V-9 VA-12 によるアンバランスの診断

4.3 ミスアライメントの診断

回転体の主軸にミスアライメントが生じた状態をミニマスタで再現し、FFT 分析で診断した事例である。速度の時間信号では、軸回転成分と高調波が複合された波形となっている。速度の FFT 分析結果では、軸回転数に相当する周波数成分以外に、高調波成分が多数存在する。この例では 3 分割カップリングを使用しているため、3 次と 6 次の高調波成分が発生している。これらから、ミスアライメントが発生しているとわかる。

表 V-3 回転体の諸元

軸回転数	1200 rpm (軸回転周波数 20 Hz)
軸の結合部	3 分割カップリング

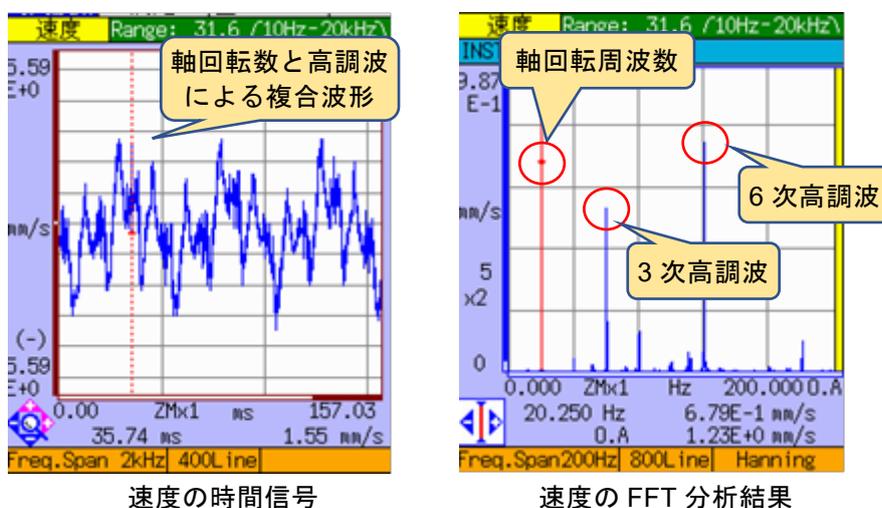


図 V-10 VA-12 によるミスアライメントの診断

4.4 歯車の異常の診断

歯車の軸が偏心しているケースをミニマスタで再現し、FFT 分析で診断した事例である。加速度の時間信号では、回転数の周期で振幅が変動している。加速度エンベロープの FFT 分析では、駆動軸の噛み合い周波数の両側が広がっている。これらから、軸の偏心により回転数による振幅変調を受けていることがわかる。

表 V-4 歯車の諸元

歯数	44
駆動軸回転数	1725 rpm
軸回転周波数	28.75 Hz
噛み合い周波数	1265 Hz
変調周波数	28.75 Hz

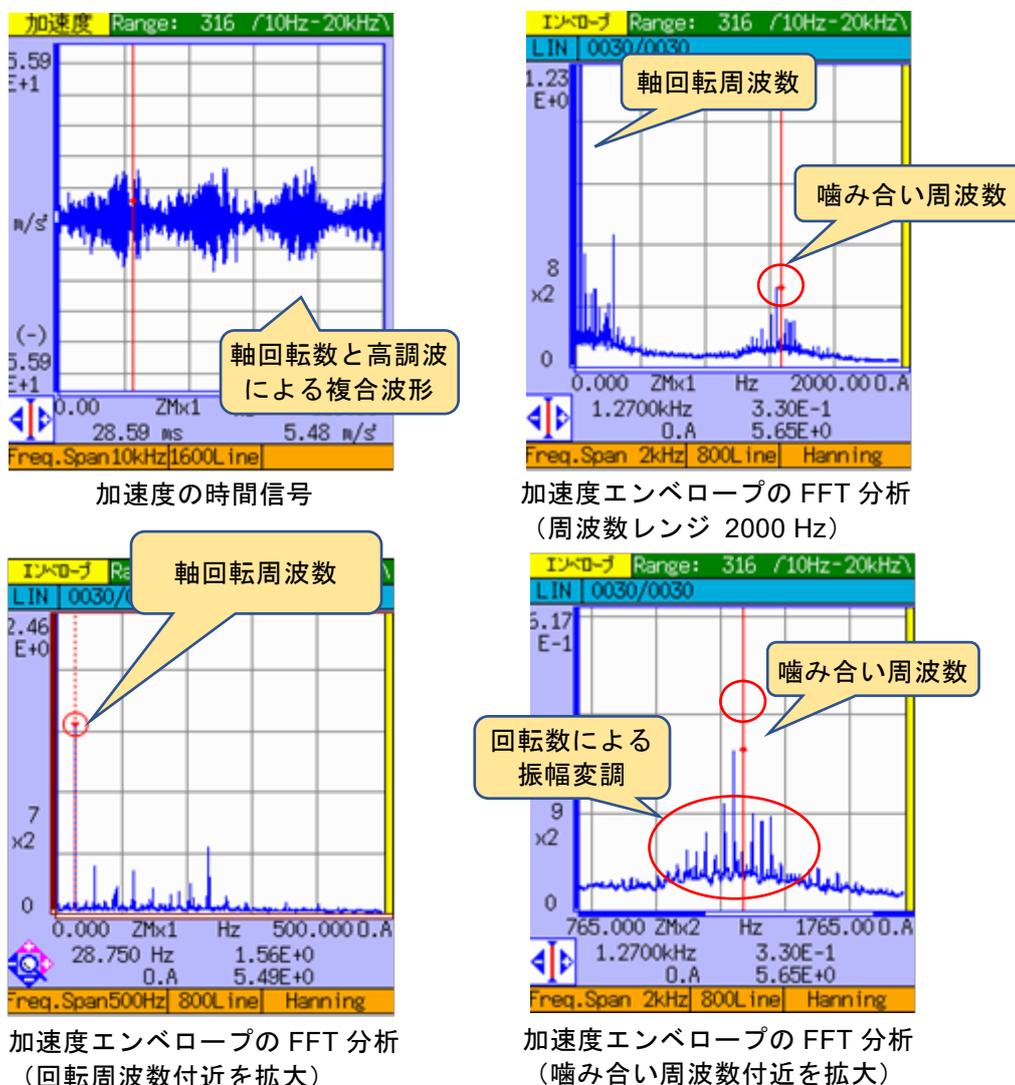


図 V-11 VA-12 による歯車の診断

5. コヒーレンス関数によるスピーカ音の分析

多チャンネル分析ができる FFT 分析器を用いて、コヒーレンス関数からスピーカの性能を分析した事例である。

信号発生器から出る信号を、スピーカと FFT 分析器の CH2 に入力する。CH1 にはスピーカから放射された音の信号を騒音計の AC OUT を介して入力する。(a) が測定システムである。(b) の分析結果でコヒーレンス関数を見ると、20 kHz まで相関が高く、高い周波数帯域まで出力されている、すなわち SN 比が確保されていることがわかる。一方、低い周波数帯域を拡大したコヒーレンス関数 (c) を見ると、62.5 Hz 以下はコヒーレンスが 0.8 以下になっており、周波数が低くなるほど CH1 と CH2 の相関が低い。ここから、スピーカが低い周波数の信号を出力できていないことが分かる。また、低い周波数の外乱ノイズが大きい可能性も考えられる。

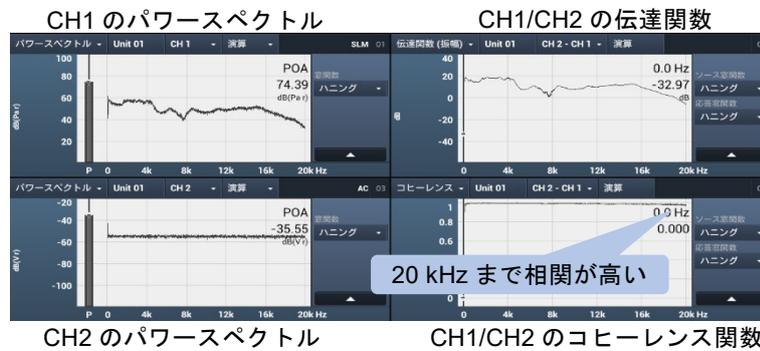
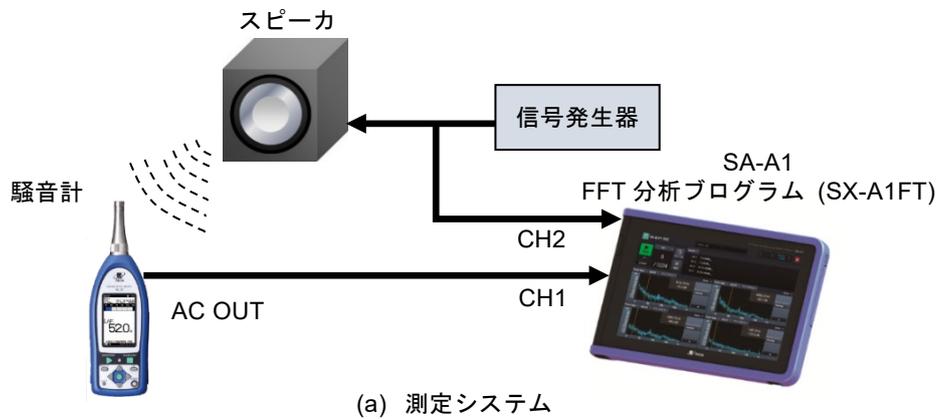


図 V-12 コヒーレンス関数を用いた分析結果

VI. 参考文献

フーリエ解析やFFTについて詳しく学びたい方の参考となる文献を、それぞれの概要を示している部分の抜粋とともにご紹介する。

「キーポイント フーリエ解析（理工系数学のキーポイント 9）」船越満明，岩波書店，1997

本書の特色は、フーリエ解析の全体を紹介するのではなく、いくつかの基本的で重要なポイントに絞って、その部分をできる限り丁寧にわかりやすく説明するように努めたことである。（中略）また、フーリエ解析の理論を実際に使う、という立場から、フーリエ解析において用いられるさまざまな概念や関数、変数について、「それらがなぜ必要で、何に使うのか」をできる限り詳しく述べた。（「まえがき」より）

「高校数学でわかるフーリエ変換」竹内淳，講談社ブルーバックス，2009

本書は、物理学などの科学分野への応用を前提として、「フーリエ級数および変換」と「ラプラス変換」を学ぶ方々に向けて執筆しました。（中略）本書は、現役の大学生だけでなく、ちょっと背伸びしてみたい高校生のみなさんや、すでに大学を卒業した社会人の方にもお役に立てることでしょう。（「はじめに」より）

「今日から使えるフーリエ変換」三谷政昭，講談社ブルーバックス，2019

必要に迫られ、いざ発奮してフーリエ変換を身につけようとしても、積分記号などが入り乱れる高等数学の袋小路に迷い込んでしまって、途端に途方に暮れてしまう人々があとを絶たない。（中略）本書は、こうした現状に楔を打ち込み、フーリエ変換の世界に大いなる一歩を踏み出してもらおうためのものだ。（「まえがき」より）

「工学のためのフーリエ解析」山下幸彦／田中勝久／鷲沢嘉一，数理工学社，2016

本書の書き方として、あまり天下り的にならず、なるべく基礎から解説するとともに、フーリエ解析を包含する、より広い概念との関連に関しても述べている。さらに、フーリエ解析の応用例に関しても、熱伝導方程式、確率統計、画像の雑音除去、音声・画像符号化など、古典的なものから最新のものまで幅広く載せた。（「まえがき」より）

「道具としてのフーリエ解析」桶井良幸／桶井貞美，日本実業出版社，2014

本書はフーリエ解析の入門書です。入門書として、厳密性よりもいま述べた直感性を重視して解説しました。こうすることで論理の本質を理解でき、より感覚的に理解できるからです。それとともに、さまざまな分野への応用も可能になるはずです。（「はじめに」より）

「音・振動のスペクトル解析（音響テクノロジーシリーズ 5）」金井浩，コロナ社，2001

音響・振動情報の効果的な利用法の設計には、計測・デジタル信号処理・スペクトル推定・パターン認識など多岐にわたる領域が必須である。特に、離散的フーリエ変換などノンパラメトリックなスペクトル推定と、音声認識に用いられる線形予測解析などパラメトリックなスペクトル推定の両方の特性を知り、使い分けることも重要である。本書は、デジタル信号処理におけるスペクトル解析法の基礎を、物理的意味も含め、系統的に理解することを目的とする。そのため最尤推定法・線形代数・パターン認識・ z 変換などの数学的な準備も盛り込み、基礎から応用までを記述する。（「まえがき」より）

「音声のデジタル信号処理（上）」L.R.Rabiner/R.W.Schafer, 鈴木久喜訳, コロナ社, 1983

この本の目的は、デジタル信号処理技術が音声通信の問題にどのように適用されるかを明らかにすることである。この章では音声信号とはどんな性質のものか音声信号を究明するのにデジタル信号処理技術はどんな役割を果たすのか、また音声通信の中でデジタル信号処理技術の使われている重要な応用分野は何か、というような問題について概括的に述べることにする。（「1. 序論」より）

「音声の音響分析」レイ・D・ケント/チャールズ・リード, 荒井隆行/菅原勉訳, 海文堂, 1996

一冊の本の中で一緒に登場することはめったにないであろうが、密接に関連しているいくつかの事項を読者に紹介することが本書の目的であり、音声生成の音響理論、音声信号のデジタル信号処理、音声の音響特徴、音声の音響構造の変動の諸要因、音声合成などについて触れる。これらのトピックについて、数学や工学の知識にはわずかばかり頼るだけにして議論をすることにする。（「序文」より）



<https://www.rion.co.jp/>

本社／営業部

東京都国分寺市東元町 3 丁目 20 番 41 号

〒185-8533 TEL 042-359-7887 (代表)

FAX 042-359-7458

●西日本営業所

〒530-0001

●東海営業所

〒460-0002

●九州リオン (株)

〒812-0039

大阪市北区梅田 2 丁目 5 番 5 号 横山ビル 6F

TEL 06-6346-3671 FAX 06-6346-3673

名古屋市中区丸の内 2 丁目 3 番 23 号 和波ビル

TEL 052-232-0470 FAX 052-232-0458

福岡市博多区冷泉町 5 番 18 号

TEL 092-281-5366 FAX 092-291-2847